

# Procedimientos y recursión

José A. Alonso y María J. Hidalgo

Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial

UNIVERSIDAD DE SEVILLA

# Expresiones lambda

- Ejemplos:

```
> (lambda (x y) (/ (+ x y) 2))
#<CLOSURE (x y) (/ (+ x y) 2)>
> ((lambda (x y) (/ (+ x y) 2)) 3 7)
5
> (define a 3)
#<unspecified>
> ((lambda (x y) (/ (+ x y) 2)) a 7)
5
```

- Comentarios:

- Sintaxis: `(lambda <parámetros> <cuerpo>)`
- Evaluación con expresiones lambda

# Definición de procedimientos

- Ejemplo

```
> (define media2
  (lambda (x y)
    (/ (+ x y) 2)))
#<unspecified>
> (media2 3 7)
5
> (define x 9)
#<unspecified>
> (media2 3 7)
5
> x
9
```

- Comentarios:

- Def. de procedimientos: (define <nombre> <expresión-lambda>)
- Evaluación: (<nombre> <expresión-1> ... <expresión-n>)
- Entorno local y global

## Descomposición de procedimientos

```
;;; (agrupa '(a b c d)) => ((a b) (c d))
(define agrupar
  (lambda (l)
    (haz-lista-de-2 (primer-grupo l)
                    (segundo-grupo l))))

;;; (primer-grupo '(a b c d)) => (a b)
(define primer-grupo
  (lambda (l)
    (haz-lista-de-2 (car l) (cadr l))))

;;; (haz-lista-de-2 'a 'b) => (a b)
(define haz-lista-de-2
  (lambda (x y)
    (cons x (haz-lista-de-1 y))))
```

## Descomposición de procedimientos

```
;;; (haz-lista-de-1 'b) => (b)
(define haz-lista-de-1
  (lambda (x)
    (cons x ())))
```

```
;;; (segundo-grupo '(a b c d)) => (c d)
(define segundo-grupo
  (lambda (l)
    (cddr l)))
```

## Construcción de listas con list y append

- Ejemplos:

```
(list 'a 'b 'c 'd)      => (a b c d)
(list)                 => ()
(list '(a b) '(c d))  => ((a b) (c d))
(append '(a b) '(c d)) => (a b c d)
(cons '(a b) '(c d))  => ((a b) c d)
(append '(a (b)) '((c))) => (a (b) (c))
(append '(a) '(b) '(c d)) => (a b c d)
(append '(a) ())      => (a)
(append)              => ()
```

- Comentarios:

- Sintaxis: (list <expresión-1> ... <expresión-n>))
- Sintaxis: (append <expresión-1> ... <expresión-n>))

# Expresiones condicionales: if

- Ejemplos:

```
(if #f 2 3) => 3
(if 1 2 3)  => 2
(if 'a 2 3) => 2
(if () 2 3) => 2
(if #t 2)   => 2
(if #f 2)   => #<unspecified>
(if (if #f 2) 3 4) => 3
```

- Comentarios:

- Condicional: (if <test> <consecuencia> [<alternativa>])
- Verdadero y falso

# Expresiones condicionales

- Ejemplo:

```
;;; (semaforo-1 'rojo) => parar
;;; (semaforo-1 'ambar) => continuar
;;; (semaforo-1 'verde) => continuar
(define semaforo-1
  (lambda (color)
    (if (eq? color 'rojo)
        'parar
        'continuar)))
```



## Expresiones condicionales

```
;;; (semaforo-2 'rojo) => parar
;;; (semaforo-2 'ambar) => continuar-con-precaucion
;;; (semaforo-2 'verde) => continuar
;;; (semaforo-2 'azul) => color-imposible
(define semaforo-2
  (lambda (color)
    (if (eq? color 'rojo)
        'parar
        (if (eq? color 'ambar)
            'continuar-con-precaucion
            (if (eq? color 'verde)
                'continuar
                'color-imposible))))))
```

# Expresiones condicionales

- **Ejemplo:**

```
;;; (semaforo-2 'rojo)    => parar
;;; (semaforo-2 'ambar) => continuar-con-precaucion
;;; (semaforo-2 'verde) => continuar
;;; (semaforo-2 'azul)  => color-imposible
(define semaforo-2
  (lambda (color)
    (cond
      ((eq? color 'rojo) 'parar)
      ((eq? color 'ambar) 'continuar-con-precaucion)
      ((eq? color 'verde) 'continuar)
      (else 'color-imposible))))
```

- **Sintaxis:**

```
(cond
  (<condicion-1> <consecuencia-1>)
  (<condicion-2> <consecuencia-2>)
  .....
  (<condicion-n> <consecuencia-n>)
  (else          <alternativa>))
```

# Operadores lógicos

- Ejemplos:

(not #f)	=>	#t
(not #t)	=>	#f
(not (list? '(1 2 3)))	=>	#f
(or (eq? 1 2) (eq? 'a 'A))	=>	#t
(or (eq? 1 2) (eq? 'a '(A)))	=>	#f
(or (eq? 1 2) (eq? 'a '(A)) (symbol? 'a1))	=>	#t
(and (eq? 1 2) (eq? 'a 'A))	=>	#f
(and (eq? 1 1) (eq? 'a 'A))	=>	#t
(and (number? 3) (boolean? (symbol? 23)))	=>	#t
(and (= (+ 2 2) 4) 6)	=>	6
(or 6 (= (+ 2 2) 4))	=>	6
(or)	=>	#f
(and)	=>	#t

# Operadores lógicos

```
(define lista-simple?  
  (lambda (l)  
    (and (pair? l)  
         (null? (cdr l)))))  
(lista-simple? '(a b c))    => #<unspecified>  
(lista-simple? '(a))       => #f  
(lista-simple? ())         => #t  
(lista-simple? ())         => #f
```

- **Comentarios:**

- **Negación:** (not <expresión>)
- **Conjunción:** (and <expresión-1> ... <expresión-n>)
- **Disyunción:** (or <expresión-1> ... <expresión-n>)

# Recursión numérica

- Definición de factorial

$$\begin{aligned} 0! &= 1 && \text{(caso base)} \\ n! &= n * (n - 1)! && \text{(relación de recurrencia)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3! &= 3 * 2! = \\ &= 3 * 2 * 1! = \\ &= 3 * 2 * 1 * 0! = \\ &= 3 * 2 * 1 * 1 = \\ &= 6 \end{aligned}$$

- Procedimiento factorial

```
(define fact
  (lambda (n)
    (if (= n 0)
        1
        (* n (fact (- n 1))))))
```

# Recursión numérica

- Evaluación con traza

```
> (fact 3)
6
> (trace fact)
#<unspecified>
> (fact 3)
"CALLED" fact 3
  "CALLED" fact 2
    "CALLED" fact 1
      "CALLED" fact 0
        "RETURNED" fact 1
          "RETURNED" fact 1
            "RETURNED" fact 2
              "RETURNED" fact 6
        6
      > (untrace fact)
#<unspecified>
> (fact 3)
6
```

## Recursión sobre listas: ultimo

- Ejemplos:

```
(ultimo '(a b c))      => c
(ultimo '((1 2) 3 (4 5))) => (4 5)
(ultimo '(a))          => a
```

- Esquema:

```
(a) ---> a
      car
```

```
(a b c) ---> (b c) -----> c
      cdr      ultimo
```

## Recursión sobre listas: ultimo

- Procedimiento:

```
(define ultimo
  (lambda (l)
    (if (null? (cdr l))
        (car l)
        (ultimo (cdr l)))))
```

- Cálculo con traza:

```
> (trace ultimo)
#<unspecified>
> (ultimo '(a b c))
"CALLED" ultimo (a b c)
"CALLED" ultimo (b c)
"CALLED" ultimo (c)
"RETURNED" ultimo c
"RETURNED" ultimo c
"RETURNED" ultimo c
c
> (untrace)
(ultimo)
```



## Recursión sobre listas: pertenece?

- Ejemplos:

```
(pertenece? 2 '(1 3 2 5))    => #t  
(pertenece? 2 '(1 (3 2) 5)) => #f  
(pertenece? 'a '(b c d))    => #f
```

- Esquema:

```
Bases:      (pertenece? 'a ())          => #f  
            (pertenece? 'a '(a b c))   => #t  
Reducción: (pertenece? 'b '(a b c)) => (pertenece? 'b '(b c)) => #t  
            (pertenece? 'd '(a b c)) => (pertenece? 'd '(b c)) => #f
```

## Recursión sobre listas: pertenece?

- Procedimiento:

```
(define pertenece?  
  (lambda (x l)  
    (cond  
      ((null? l) #f) ; Base 1  
      ((equal? x (car l)) #t) ; Base 2  
      (else (pertenece? x (cdr l)))))) ; Reducción
```

- Definición con conectivas:

```
(define pertenece?  
  (lambda (x l)  
    (and (not (null? l))  
         (or (equal? x (car l))  
             (pertenece? x (cdr l))))))
```

# Predicados de pertenencia

- Ejemplos:

```
(memq 'a '(a b c))      => (a b c)
(memq 'b '(a b c))      => (b c)
(memq 'a '(b c d))      => #f
(memq 101 '(100 101 102)) => (101 102)
(memq 1.1 '(100 1.1 102)) => #f
(memv 1.1 '(100 1.1 102)) => (1.1 102)
(memq (list 'a) '(b (a) c)) => #f
(member (list 'a) '(b (a) c)) => ((a) c)
```

- Comentarios:

- Pertenencia con eq?: (memq <expresión> <lista>)
- Pertenencia con eqv?: (memv <expresión> <lista>)
- Pertenencia con equal?: (member <expresión> <lista>)

## Recursión sobre listas: quita-primera

- Ejemplos:

```
(quita-primera 'a '(c d a b a e)) => (c d b a e)
(quita-primera 'a '(c (a b) a d)) => (c (a b) d)
(quita-primera 'a ()) => ()
(quita-primera 'a '(1 2 3)) => (1 2 3)
```

- Esquema:

```
Bases:      (quita-primera 'a ()) => ()
            (quita-primera 'a '(a b c a)) => (b c a)
Reduccion:  (quita-primera 'c '(a b c a)) =>
=> (cons 'a (quita-primera 'c '(b c a))) => (a b a)
```

## Recursión sobre listas: quita-primera

- Procedimiento:

```
(define quita-primera
  (lambda (x l)
    (cond
      ((null? l) ())
      ((equal? (car l) x) (cdr l))
      (else (cons (car l) (quita-primera x (cdr l)))))))
```

# Recursión sobre listas: intercambia

- Ejemplos:

```
(intercambia 'a 'b '(c d a b a c f))      => (c d b a b c f)
(intercambia 'a 'b '(c d b a b (a c) f)) => (c d b a b (a c) f)
```

- Esquema:

```
1 (intercambia 'a 'b ())
   => ()
2 (intercambia 'a 'b '(a c b a)) =>
   => (cons 'b (intercambia 'a 'b '(c b a)))
   => (b c a b)
3 (intercambia 'a 'b '(b c b a)) =>
   => (cons 'a (intercambia 'a 'b '(c b a)))
   => (a c a b)
4 (intercambia 'a 'b '(d c b a)) =>
   => (cons 'd (intercambia 'a 'b '(c b a)))
   => (d c a b)
```

## Recursión sobre listas: intercambia

- Procedimiento:

```
(define intercambia
  (lambda (x y l)
    (cond
      ((null? l) ()) ; 1
      ((equal? (car l) x) ; 2
       (cons y (intercambia x y (cdr l))))
      ((equal? (car l) y) ; 3
       (cons x (intercambia x y (cdr l))))
      (else (cons (car l) (intercambia x y (cdr l)))))) ; 4
```

# Bibliografía

- [Abelson–96]  
Cap. 1: “Building abstractions with procedures”.
- [Springer–94]  
Cap. 2: “Procedures and recursion”.