

# Tema 5: Definiciones de listas por comprensión

## Informática (2011–12)

José A. Alonso Jiménez

Grupo de Lógica Computacional  
Departamento de Ciencias de la Computación e I.A.  
Universidad de Sevilla

## Tema 5: Definiciones de listas por comprensión

1. Generadores
2. Guardas
3. La función zip
4. Comprensión de cadenas
5. Cifrado César
  - Codificación y descodificación
  - Análisis de frecuencias
  - Descifrado

## Definiciones por comprensión

- ▶ Definiciones por comprensión en Matemáticas:

$$\{x^2 : x \in \{2, 3, 4, 5\}\} = \{4, 9, 16, 25\}$$

- ▶ Definiciones por comprensión en Haskell:

```
| Prelude> [x^2 | x <- [2..5]]  
| [4,9,16,25]
```

- ▶ La expresión `x <- [2..5]` se llama un **generador**.

- ▶ Ejemplos con más de un generador:

```
| Prelude> [(x,y) | x <- [1,2,3], y <- [4,5]]  
| [(1,4),(1,5),(2,4),(2,5),(3,4),(3,5)]  
| Prelude> [(x,y) | y <- [4,5], x <- [1,2,3]]  
| [(1,4),(2,4),(3,4),(1,5),(2,5),(3,5)]
```

## Generadores dependientes

- ▶ Ejemplo con generadores dependientes:

```
| Prelude> [(x,y) | x <- [1..3], y <- [x..3]]
| [(1,1),(1,2),(1,3),(2,2),(2,3),(3,3)]
```

- ▶ (`concat xss`) es la concatenación de la lista de listas `xss`. Por ejemplo,

```
| concat [[1,3],[2,5,6],[4,7]] ~> [1,3,2,5,6,4,7]
```

---

```
Prelude
concat :: [[a]] -> [a]
concat xss = [x | xs <- xss, x <- xs]
```

---

## Generadores con variables anónimas

- ▶ Ejemplo de generador con variable anónima:  
(`primeros ps`) es la lista de los primeros elementos de la lista de pares `ps`. Por ejemplo,

```
| primeros [(1,3), (2,5), (6,3)]  ~>  [1,2,6]
```

---

```
primeros :: [(a, b)] -> [a]
primeros ps = [x | (x, _) <- ps]
```

---

- ▶ Definición de la longitud por comprensión

---

```
length :: [a] -> Int
length xs = sum [1 | _ <- xs]
```

---

## Guardas

- ▶ Las listas por comprensión pueden tener **guardas** para restringir los valores.

- ▶ Ejemplo de guarda:

```
| Prelude> [x | x <- [1..10], even x]  
| [2,4,6,8,10]
```

La guarda es `even x`.

- ▶ (`factores n`) es la lista de los factores del número `n`. Por ejemplo,

```
| factores 30 ~> [1,2,3,5,6,10,15,30]
```

---

```
factores :: Int -> [Int]
```

```
factores n = [x | x <- [1..n], n `mod` x == 0]
```

---

## Guardas: Cálculo de primos

- ▶ (primo n) se verifica si n es primo. Por ejemplo,

```
| primo 30  ~> False  
| primo 31  ~> True
```

---

```
primo :: Int -> Bool  
primo n = factores n == [1, n]
```

---

- ▶ (primos n) es la lista de los primos menores o iguales que n. Por ejemplo,

```
| primos 31  ~> [2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31]
```

---

```
primos :: Int -> [Int]  
primos n = [x | x <- [2..n], primo x]
```

---

## Guarda con igualdad

- Una **lista de asociación** es una lista de pares formado por una clave y un valor. Por ejemplo,

```
| [("Juan", 7), ("Ana", 9), ("Eva", 3)]
```

- `(busca c t)` es la lista de los valores de la lista de asociación `t` cuyas claves valen `c`. Por ejemplo,

```
| Prelude> busca 'b' [('a', 1), ('b', 3), ('c', 5), ('b', 2)]
| [3, 2]
```

---

```
busca :: Eq a => a -> [(a, b)] -> [b]
```

```
busca c t = [v | (c', v) <- t, c' == c]
```

---



## La función zip y elementos adyacentes

- ▶ `(zip xs ys)` es la lista obtenida emparejando los elementos de las listas `xs` e `ys`. Por ejemplo,

```
Prelude> zip ['a','b','c'] [2,5,4,7]
[('a',2),('b',5),('c',4)]
```

- ▶ `(adyacentes xs)` es la lista de los pares de elementos adyacentes de la lista `xs`. Por ejemplo,

```
adyacentes [2,5,3,7] ~> [(2,5),(5,3),(3,7)]
```

---

```
adyacentes :: [a] -> [(a, a)]
```

```
adyacentes xs = zip xs (tail xs)
```

---

## Las funciones zip, and y listas ordenadas

- ▶ (and xs) se verifica si todos los elementos de xs son verdaderos. Por ejemplo,

```
and [2 < 3, 2+3 == 5]           ~> True
and [2 < 3, 2+3 == 5, 7 < 7]  ~> False
```

- ▶ (ordenada xs) se verifica si la lista xs está ordenada. Por ejemplo,

```
ordenada [1,3,5,6,7] ~> True
ordenada [1,3,6,5,7] ~> False
```

---

```
ordenada :: Ord a => [a] -> Bool
ordenada xs = and [x <= y | (x,y) <- adyacentes xs]
```

---

## La función zip y lista de posiciones

- `(posiciones x xs)` es la lista de las posiciones ocupadas por el elemento `x` en la lista `xs`. Por ejemplo,

```
| posiciones 5 [1,5,3,5,5,7]  ~>  [1,3,4]
```

---

```
posiciones :: Eq a => a -> [a] -> [Int]
```

```
posiciones x xs =
```

```
  [i | (x',i) <- zip xs [0..n], x == x']
```

```
  where n = length xs - 1
```

---

## Cadenas y listas

- ▶ Las cadenas son listas de caracteres. Por ejemplo,

```
*Main> "abc" == ['a','b','c']  
True
```

- ▶ La expresión

```
"abc" :: String
```

es equivalente a

```
['a','b','c'] :: [Char]
```

- ▶ Las funciones sobre listas se aplican a las cadenas:

```
length "abcde"           ~> 5  
reverse "abcde"         ~> "edcba"  
"abcde" ++ "fg"         ~> "abcdefg"  
posiciones 'a' "Salamanca" ~> [1,3,5,8]
```

## Definiciones sobre cadenas con comprensión

- ▶ (`minusculas c`) es la cadena formada por las letras minúsculas de la cadena `c`. Por ejemplo,

```
| minusculas "EstoEsUnaPrueba"  ~> "stosnarueba"
```

---

```
minusculas :: String -> String
minusculas xs = [x | x <- xs, elem x ['a'..'z']]
```

---

- ▶ (`ocurrencias x xs`) es el número de veces que ocurre el carácter `x` en la cadena `xs`. Por ejemplo,

```
| ocurrencias 'a' "Salamanca"  ~> 4
```

---

```
ocurrencias :: Char -> String -> Int
ocurrencias x xs = length [x' | x' <- xs, x == x']
```

---

## Cifrado César

- ▶ En el **cifrado César** cada letra en el texto original es reemplazada por otra letra que se encuentra 3 posiciones más adelante en el alfabeto.
- ▶ La codificación de  
| "en todo la medida"  
es  
| "hq wrgr od phlgd"
- ▶ Se puede generalizar desplazando cada letra  $n$  posiciones.
- ▶ La codificación con un desplazamiento 5 de  
| "en todo la medida"  
es  
| "js ytit qf rjinif"
- ▶ La descodificación de un texto codificado con un desplazamiento  $n$  se obtiene codificándolo con un desplazamiento  $-n$ .

## Tema 5: Definiciones de listas por comprensión

1. Generadores
2. Guardas
3. La función zip
4. Comprensión de cadenas
5. Cifrado César
  - Codificación y descodificación
  - Análisis de frecuencias
  - Descifrado

## Las funciones `ord` y `chr`

- ▶ `(ord c)` es el código del carácter `c`. Por ejemplo,

```
ord 'a'  ~> 97  
ord 'b'  ~> 98  
ord 'A'  ~> 65
```

- ▶ `(chr n)` es el carácter de código `n`. Por ejemplo,

```
chr 97  ~> 'a'  
chr 98  ~> 'b'  
chr 65  ~> 'A'
```



## Codificación y decodificación: Código de letra

- ▶ Simplificación: Sólo se codificarán las letras minúsculas dejando los restantes caracteres sin modificar.
- ▶ (`let2int c`) es el entero correspondiente a la letra minúscula `c`.

Por ejemplo,

```
let2int 'a'  ~>  0  
let2int 'd'  ~>  3  
let2int 'z'  ~> 25
```

---

```
let2int :: Char -> Int  
let2int c = ord c - ord 'a'
```

---

## Codificación y descodificación: Letra de código

- ▶ `(int2let n)` es la letra minúscula correspondiente al entero `n`.

Por ejemplo,

```
int2let 0    ~> 'a'  
int2let 3    ~> 'd'  
int2let 25   ~> 'z'
```

---

```
int2let :: Int -> Char  
int2let n = chr (ord 'a' + n)
```

---

## Codificación y decodificación: Desplazamiento

- (desplaza n c) es el carácter obtenido desplazando n caracteres el carácter c. Por ejemplo,

```
desplaza 3 'a'  ⇔  'd'
```

```
desplaza 3 'y'  ⇔  'b'
```

```
desplaza (-3) 'd' ⇔  'a'
```

```
desplaza (-3) 'b' ⇔  'y'
```

---

```
desplaza :: Int -> Char -> Char
```

```
desplaza n c
```

```
  | elem c ['a'..'z'] = int2let ((let2int c+n) `mod` 26)
```

```
  | otherwise         = c
```

---

## Codificación y descodificación

- `(codifica n xs)` es el resultado de codificar el texto `xs` con un desplazamiento `n`. Por ejemplo,

```
Prelude> codifica 3 "En todo la medida"  
"Eq wrgr od phlgd"  
Prelude> codifica (-3) "Eq wrgr od phlgd"  
"En todo la medida"
```

---

```
codifica :: Int -> String -> String  
codifica n xs = [desplaza n x | x <- xs]
```

---

## Propiedades de la codificación con QuickCheck

- ▶ Propiedad: Al desplazar  $-n$  un carácter desplazado  $n$ , se obtiene el carácter inicial.

---

```
prop_desplaza n xs =  
    desplaza (-n) (desplaza n xs) == xs
```

---

```
*Main> quickCheck prop_desplaza  
+++ OK, passed 100 tests.
```

- ▶ Propiedad: Al codificar con  $-n$  una cadena codificada con  $n$ , se obtiene la cadena inicial.

---

```
prop_codifica n xs =  
    codifica (-n) (codifica n xs) == xs
```

---

```
*Main> quickCheck prop_codifica  
+++ OK, passed 100 tests.
```

## Tema 5: Definiciones de listas por comprensión

1. Generadores

2. Guardas

3. La función zip

4. Comprensión de cadenas

5. Cifrado César

Codificación y decodificación

Análisis de frecuencias

Descifrado

## Tabla de frecuencias

- ▶ Para descifrar mensajes se parte de la **frecuencia de aparición de letras**.
- ▶ `tabla` es la lista de la frecuencias de las letras en castellano, Por ejemplo, la frecuencia de la 'a' es del 12.53%, la de la 'b' es 1.42%.

---

```
tabla :: [Float]
```

```
tabla = [12.53, 1.42, 4.68, 5.86, 13.68, 0.69, 1.01,  
        0.70, 6.25, 0.44, 0.01, 4.97, 3.15, 6.71,  
        8.68, 2.51, 0.88, 6.87, 7.98, 4.63, 3.93,  
        0.90, 0.02, 0.22, 0.90, 0.52]
```

---

## Frecuencias

- ▶ (porcentaje n m) es el porcentaje de n sobre m. Por ejemplo,

```
| porcentaje 2 5 ~> 40.0
```

---

```
porcentaje :: Int -> Int -> Float
```

```
porcentaje n m = (fromIntegral n / fromIntegral m) * 100
```

---

- ▶ (frecuencias xs) es la frecuencia de cada una de las minúsculas de la cadena xs. Por ejemplo,

```
| Prelude> frecuencias "en todo la medida"
| [14.3,0,0,21.4,14.3,0,0,0,7.1,0,0,7.1,
| 7.1,7.1,14.3,0,0,0,0,7.1,0,0,0,0,0]
```

---

```
frecuencias :: String -> [Float]
```

```
frecuencias xs =
```

```
  [porcentaje (ocurrencias x xs) n | x <- ['a'..'z']]
  where n = length (minusculas xs)
```

---



## Tema 5: Definiciones de listas por comprensión

1. Generadores

2. Guardas

3. La función zip

4. Comprensión de cadenas

5. Cifrado César

Codificación y decodificación

Análisis de frecuencias

Descifrado

## Descifrado: Ajuste chi cuadrado

- Una medida de la discrepancia entre la distribución observada  $os_i$  y la esperada  $es_j$  es

$$\chi^2 = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{(os_i - es_j)^2}{es_j}$$

Los menores valores corresponden a menores discrepancias.

- (`chiCuad os es`) es la medida chi cuadrado de las distribuciones `os` y `es`. Por ejemplo,

```
chiCuad [3,5,6] [3,5,6]  ~>  0.0
chiCuad [3,5,6] [5,6,3]  ~>  3.9666667
```

---

```
chiCuad :: [Float] -> [Float] -> Float
```

```
chiCuad os es =
```

```
    sum [((o-e)^2)/e | (o,e) <- zip os es]
```

---

## Descifrado: Rotación

- ▶ `(rota n xs)` es la lista obtenida rotando `n` posiciones los elementos de la lista `xs`. Por ejemplo,

```
| rota 2 "manolo"  ~>  "noloma"
```

---

```
rota :: Int -> [a] -> [a]
```

```
rota n xs = drop n xs ++ take n xs
```

---

## Descifrado

- (descifra xs) es la cadena obtenida descodificando la cadena xs por el anti-desplazamiento que produce una distribución de minúsculas con la menor desviación chi cuadrado respecto de la tabla de distribución de las letras en castellano. Por ejemplo,

```
*Main> codifica 5 "Todo para nada"
"Ttit ufwf sfif"
*Main> descifra "Ttit ufwf sfif"
"Todo para nada"
```

---

```
descifra :: String -> String
```

```
descifra xs = codifica (-factor) xs
```

```
  where
```

```
    factor = head (posiciones (minimum tabChi) tabChi)
```

```
    tabChi = [chiCuad (rota n tabla') tabla | n <- [0..25]]
```

```
    tabla' = frecuencias xs
```

## Bibliografía

1. R. Bird. *Introducción a la programación funcional con Haskell*. Prentice Hall, 2000.
  - ▶ Cap. 4: Listas.
2. G. Hutton *Programming in Haskell*. Cambridge University Press.
  - ▶ Cap. 5: List comprehensions.
3. B. O'Sullivan, D. Stewart y J. Goerzen *Real World Haskell*. O'Reilly, 2008.
  - ▶ Cap. 12: Barcode Recognition.
4. B.C. Ruiz, F. Gutiérrez, P. Guerrero y J.E. Gallardo. *Razonando con Haskell*. Thompson, 2004.
  - ▶ Cap. 6: Programación con listas.
5. S. Thompson. *Haskell: The Craft of Functional Programming*, Second Edition. Addison-Wesley, 1999.
  - ▶ Cap. 5: Data types: tuples and lists.