Lógica Informática. (Tecnologías Informáticas) G2 (28-11-2017)

Primera prueba de la evaluación alternativa

Nombre y apellidos ....

Ejercicio 1.– [3 ptos.] Dada la fórmula proposicional

$$F: \qquad ((p \to q) \land (r \to p)) \to (\neg q \to \neg r)$$

Se pide:

1. Calcular una FNC de F. ¿Es F una tautología?
2. Usando únicamente tableros semánticos, calcular una FND de F.
3. Determinar si F es una tautología utilizando ahora un tablero semántico.

Ejercicio 2.– [1 pto.] Juan y María son dos estudiantes matriculados en tres asignaturas: Lógica, Inteligencia Artificial y Verificación formal. Escribe fórmulas proposicionales que expresen los siguientes hechos acerca de ellos:

F_1: Al menos una de estas personas aprueba Lógica.

F_2: A lo sumo una de estas personas aprueba las tres asignaturas.

F_3: Si Juan aprueba Lógica entonces Juan aprueba, al menos, otra asignatura más.

F_4: Juan y María aprueban las mismas asignaturas.

Para ello se utilizarán los variables proposicionales JL, JI y JV para expresar, respectivamente, que Juan aprueba Lógica, Inteligencia artificial y Verificación formal. Similarmente, ML, MI y MV expresarán que María aprueba la correspondiente asignatura.

Ejercicio 3.– [3 ptos.] Sea U_1 el siguiente conjunto de fórmulas

$$U_1 = \{\forall x\,(A(x) \to \neg\exists y\, P(y,x)),\ \forall x\,(F(x) \to \exists y\,(A(y) \land P(x,y)))\}$$

1. Probar, mediante un tablero semántico, que $U_1 \models \forall u\,(A(u) \to \neg\exists x\, F(x))$.
2. Probar que U_1 es satisfactible proporcionando un modelo.

Ejercicio 4.– [2 ptos.] Consideremos el lenguaje $L = \{A,\ F,\ P,\ c\}$, siendo A y F predicados de aridad 1, P un predicado binario y c una constante. Sea U_3 el siguiente conjunto de fórmulas

$$U_2 = \{A(c) \to \exists y\,(A(y) \land P(y,c))),\ \forall x\,(F(x) \to \neg\exists y\,(A(y) \land P(x,y))),\ F(c)\}$$

Sea $\mathcal{M}$ la L–estructura con universo $M = \{0,1,2,3\}$ e interpretaciones:

$$c^{\mathcal{M}} = 0, \quad A^{\mathcal{M}} = \{0,1,2\}, \quad F^{\mathcal{M}} = \{0,1,3\}, \quad y \quad P^{\mathcal{M}} = \{(0,3),\ (1,0),\ (1,2),\ (2,3)\}.$$

1. Decídase razonadamente qué fórmulas de U_2 son válidas en $\mathcal{M}$ y cuáles no lo son.
2. Modifíquese razonadamente la interpretación $F^{\mathcal{M}}$ para que $\mathcal{M}$ sea un modelo de U_2.

Ejercicio 5.– [1 pto.] Calcula una forma prenex de la siguiente fórmula:

$$\forall x\,(F(x) \to \exists y\, P(x,y)) \lor \neg\exists y\,\forall x\, P(y,x)$$