

Tema 2: Tableros Semánticos

Dpto. Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial
UNIVERSIDAD DE SEVILLA

Lógica Informática
(Tecnologías Informáticas)
Curso 2018–19

Introducción

Tableros
Semánticos en LP

Fórmulas α y β

Tableros completos

Búsqueda de modelos

Consecuencia lógica

Tableros
Semánticos en
LPO

Fórmulas δ y γ

Tableros completos

Búsqueda de modelos

Consecuencia lógica

Razonamiento con igualdad

Contenido

Introducción

Tableros Semánticos en LP

Fórmulas α y β

Tableros completos

Búsqueda de modelos

Consecuencia lógica

Tableros Semánticos en LPO

Fórmulas δ y γ

Tableros completos

Búsqueda de modelos

Consecuencia lógica

Razonamiento con igualdad

Introducción

Tableros
Semánticos en LP

Fórmulas α y β

Tableros completos

Búsqueda de modelos

Consecuencia lógica

Tableros
Semánticos en
LPO

Fórmulas δ y γ

Tableros completos

Búsqueda de modelos

Consecuencia lógica

Razonamiento con igualdad

Introducción

- ▶ Algoritmo para estudiar la satisfactibilidad de un conjunto de fórmulas proposicionales y de primer orden.
- ▶ Trabaja directamente sobre el conjunto de fórmulas, **sin preprocesamiento**.
- ▶ Basado en la sintaxis de las fórmulas.
- ▶ Reduce la satisfactibilidad de las formulas consideradas a la de ciertos conjuntos de literales, que proporcionan modelos.
- ▶ Se representará gráficamente mediante un árbol binario.
- ▶ Es muy flexible y puede adaptarse a otras lógicas (descriptivas, modales, etc.).

Introducción

Tableros Semánticos en LP

Fórmulas α y β
 Tableros completos
 Búsqueda de modelos
 Consecuencia lógica

Tableros Semánticos en LPO

Fórmulas δ y γ
 Tableros completos
 Búsqueda de modelos
 Consecuencia lógica
 Razonamiento con igualdad

Tableros Semánticos en LP

El método de tableros semánticos en LP:

1. Clasifica las fórmulas en dos clases:
 - ▶ Las fórmulas α , que se comportan como conjunciones.
 - ▶ Las fórmulas β , que se comportan como disyunciones.
2. Asocia a cada fórmula, F , otras dos fórmulas más sencillas (sus **componentes**) de modo que la satisfactibilidad de F se reduce a la de sus componentes.

Introducción

Tableros
Semánticos en LP

Fórmulas α y β

Tableros completos

Búsqueda de modelos

Consecuencia lógica

Tableros
Semánticos en
LPO

Fórmulas δ y γ

Tableros completos

Búsqueda de modelos

Consecuencia lógica

Razonamiento con igualdad

Fórmulas de tipo α

Las fórmulas de tipo α son las siguientes:

α	α_1	α_2
$\neg\neg F$	F	
$F_1 \wedge F_2$	F_1	F_2
$\neg(F_1 \vee F_2)$	$\neg F_1$	$\neg F_2$
$\neg(F_1 \rightarrow F_2)$	F_1	$\neg F_2$
$F_1 \leftrightarrow F_2$	$F_1 \rightarrow F_2$	$F_2 \rightarrow F_1$

- ▶ Las fórmulas α_1 y α_2 son las componentes de α .
- ▶ Si F es de tipo α , entonces $F \equiv \alpha_1 \wedge \alpha_2$.
- ▶ Para satisfacer una fórmula de tipo α es necesario y suficiente satisfacer **simultáneamente** sus dos componentes α_1 y α_2 .

Introducción

Tableros
Semánticos en LP

Fórmulas α y β

Tableros completos

Búsqueda de modelos

Consecuencia lógica

Tableros
Semánticos en
LPO

Fórmulas δ y γ

Tableros completos

Búsqueda de modelos

Consecuencia lógica

Razonamiento con igualdad

Fórmulas de tipo β

Las fórmulas de tipo β son las siguientes:

β	β_1	β_2
$F_1 \vee F_2$	F_1	F_2
$\neg(F_1 \wedge F_2)$	$\neg F_1$	$\neg F_2$
$(F_1 \rightarrow F_2)$	$\neg F_1$	F_2
$\neg(F_1 \leftrightarrow F_2)$	$\neg(F_1 \rightarrow F_2)$	$\neg(F_2 \rightarrow F_1)$

- ▶ Las fórmulas β_1 y β_2 son las componentes de β .
- ▶ Si F es de tipo β , entonces $F \equiv \beta_1 \vee \beta_2$
- ▶ Para satisfacer una fórmula de tipo β es necesario y suficiente satisfacer sólo una de sus componentes β_1 y β_2 .

Introducción

Tableros
Semánticos en LP

Fórmulas α y β

Tableros completos

Búsqueda de modelos

Consecuencia lógica

Tableros
Semánticos en
LPO

Fórmulas δ y γ

Tableros completos

Búsqueda de modelos

Consecuencia lógica

Razonamiento con igualdad

Reglas α y β

Reducen la consistencia de un conjunto de fórmulas a la de otro conjunto formado por fórmulas más sencillas.

- ▶ **Regla α :** Si $F \in U$ es de tipo α , entonces

$$U \text{ satisfactible} \iff (U - \{F\}) \cup \{\alpha_1, \alpha_2\} \text{ satisfactible}$$

- ▶ **Regla β :** Si $F \in U$ es de tipo β , entonces

$$U \text{ satisfactible} \iff \begin{cases} (U - \{F\}) \cup \{\beta_1\} \text{ satisfactible} \\ \text{o} \\ (U - \{F\}) \cup \{\beta_2\} \text{ satisfactible} \end{cases}$$

Introducción

Tableros
Semánticos en LP

Fórmulas α y β

Tableros completos

Búsqueda de modelos

Consecuencia lógica

Tableros
Semánticos en
LPO

Fórmulas δ y γ

Tableros completos

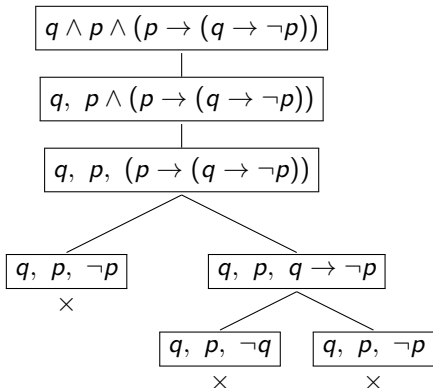
Búsqueda de modelos

Consecuencia lógica

Razonamiento con igualdad

Ejemplo

Tablero semántico para la fórmula $q \wedge p \wedge (p \rightarrow (q \rightarrow \neg p))$:



Introducción

Tableros
Semánticos en LP

Fórmulas α y β

Tableros completos

Búsqueda de modelos

Consecuencia lógica

Tableros
Semánticos en
LPO

Fórmulas δ y γ

Tableros completos

Búsqueda de modelos

Consecuencia lógica

Razonamiento con igualdad

Construcción de un tablero completo

Un **tablero** para $\{A_1, \dots, A_n\}$ es un árbol T , con nodos etiquetados por conjuntos de fórmulas, que se ha construido siguiendo los siguientes pasos:

- ▶ La raíz r de T se etiqueta con $U_r = \{A_1, \dots, A_n\}$.
- ▶ Mientras T tenga hojas no marcadas, seleccionar una hoja n de T , con etiqueta U_n , no marcada, y hacer:
 1. Si U_n es un conjunto de literales, entonces:
 - 1.1 Si existe un par de literales complementarios en U_n , marcar con \times (y se denomina **hoja cerrada**).
 - 1.2 Si no existe tal par, marcar con \circ (**hoja abierta**).
 2. Si U_n no es un conjunto de literales, elegir A de U_n no literal.
 - 2.1 Si A es una α -fórmula, entonces añadir un hijo m a n con $U_m = (U_n \setminus \{A\}) \cup \{\alpha_1, \alpha_2\}$.
 - 2.2 Si A es una β -fórmula, entonces añadir dos hijos n_1, n_2 con etiquetas $U_{n_1} = (U_n \setminus \{A\}) \cup \{\beta_1\}$ y $U_{n_2} = (U_n \setminus \{A\}) \cup \{\beta_2\}$.

Introducción

Tableros
Semánticos en LPFórmulas α y β

Tableros completos

Búsqueda de modelos

Consecuencia lógica

Tableros
Semánticos en
LPOFórmulas δ y γ

Tableros completos

Búsqueda de modelos

Consecuencia lógica

Razonamiento con igualdad

Propiedades de los tableros completos

- ▶ La construcción siempre termina (se puede probar por inducción).
- ▶ El tablero final se denomina **tablero completo**.
- ▶ Un tablero se dice **cerrado** si todas sus hojas son cerradas, y **abierto** en caso contrario (basta que una de sus hojas sea abierta).

Teorema. (Corrección y Completitud)

Sea S un conjunto de fórmulas y T un tablero completo para S .

1. **Corrección:** Si T es cerrado, entonces S es insatisfactible.
2. **Completitud:** Si S es insatisfactible, entonces T es cerrado.

Introducción

Tableros
Semánticos en LP

Fórmulas α y β

Tableros completos

Búsqueda de modelos

Consecuencia lógica

Tableros
Semánticos en
LPO

Fórmulas δ y γ

Tableros completos

Búsqueda de modelos

Consecuencia lógica

Razonamiento con igualdad

Extrayendo modelos de un tablero completo

- ▶ Un conjunto de fórmulas $S = \{A_1, \dots, A_n\}$ admite un tablero completo abierto si y sólo si es un conjunto satisfactible.
- ▶ Además, cada rama abierta del tablero completo define un modelo (no necesariamente distinto) de S de la siguiente forma:

Si U es la etiqueta de una hoja abierta, podemos obtener un modelo v del conjunto $\{A_1, \dots, A_n\}$, como sigue

- ▶ *Si $p \in U$, entonces $v(p) = 1$,*
- ▶ *Si $\neg p \in U$, entonces $v(p) = 0$,*
- ▶ *Si $p \notin U$ y $\neg p \notin U$, entonces $v(p)$ puede tomar cualquier valor, 0 o 1.*

Introducción

Tableros
Semánticos en LP

Fórmulas α y β

Tableros completos

Búsqueda de modelos

Consecuencia lógica

Tableros
Semánticos en
LPO

Fórmulas δ y γ

Tableros completos

Búsqueda de modelos

Consecuencia lógica

Razonamiento con igualdad

Ejemplo

Introducción

Tableros
Semánticos en LP

Fórmulas α y β

Tableros completos

Búsqueda de modelos

Consecuencia lógica

Tableros
Semánticos en
LPO

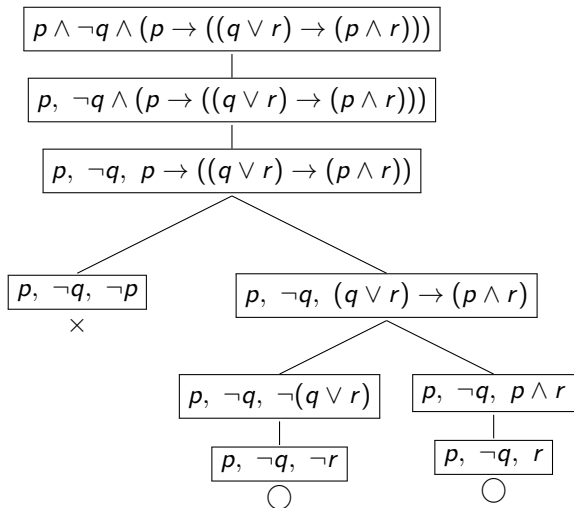
Fórmulas δ y γ

Tableros completos

Búsqueda de modelos

Consecuencia lógica

Razonamiento con igualdad



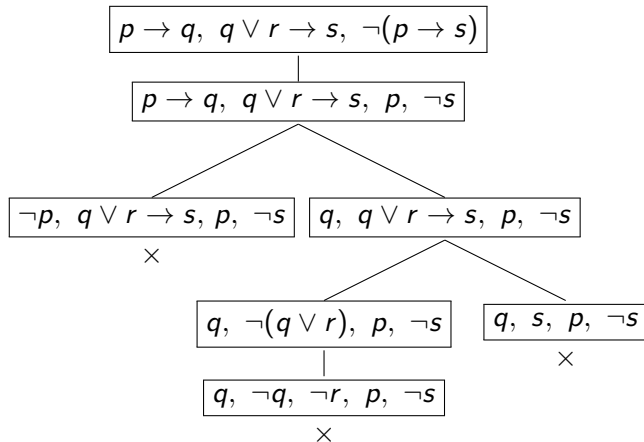
Obtenemos los modelos $v_1(p) = 1, v_1(r) = v_1(q) = 0$ y $v_2(p) = v_2(r) = 1, v_2(q) = 0$.

Consecuencia lógica

Corolario.

$\{A_1, \dots, A_n\} \models A$ si y solo si $\{A_1, \dots, A_n, \neg A\}$ admite un tablero cerrado.

Por ejemplo: $\{p \rightarrow q, q \vee r \rightarrow s\} \models p \rightarrow s$.



Tableros Semánticos en LPO

- ▶ Recordemos que:
 - ▶ Las fórmulas α se comportan como conjunciones
 - ▶ Las fórmulas β se comportan como disyunciones
 y asociamos a cada fórmula, F , de estos tipos otras dos fórmulas más sencillas (sus **componentes**) de modo que la satisfactibilidad de F se reduce a la de sus componentes.
- ▶ Para extenderlo a LPO debemos proporcionar formas de trabajar con los cuantificadores: \exists y \forall .
- ▶ Por ello, introduciremos dos nuevos tipos de fórmulas:
 - ▶ Las fórmulas de tipo γ , que se comportan como fórmulas cuantificadas universalmente, y
 - ▶ Las fórmulas de tipo δ , que se comportan como fórmulas cuantificadas existencialmente.

Introducción

Tableros
Semánticos en LP

Fórmulas α y β

Tableros completos

Búsqueda de modelos

Consecuencia lógica

Tableros
Semánticos en
LPO

Fórmulas δ y γ

Tableros completos

Búsqueda de modelos

Consecuencia lógica

Razonamiento con igualdad

Fórmulas de tipo γ

Las fórmulas de tipo γ son las siguientes:

γ	γ_t
$\forall x F$	$F[x/t]$ (t es un término cerrado)
$\neg \exists x F$	$\neg F[x/t]$ (t es un término cerrado)

- ▶ Las fórmulas γ_t son las componentes de γ .
- ▶ Para satisfacer una fórmula de tipo γ es necesario satisfacer **simultáneamente** todas sus componentes γ_t , para todo término cerrado t .
- ▶ En este caso, dependiendo del lenguaje, puede haber una cantidad infinita de componentes (por ejemplo, basta que el lenguaje tenga un símbolo de constante y un símbolo de función).

Introducción

Tableros
Semánticos en LP

Fórmulas α y β

Tableros completos

Búsqueda de modelos

Consecuencia lógica

Tableros
Semánticos en
LPO

Fórmulas δ y γ

Tableros completos

Búsqueda de modelos

Consecuencia lógica

Razonamiento con igualdad

Fórmulas de tipo δ

Las fórmulas de tipo δ son las siguientes:

δ	δ_a
$\exists x F$	$F[x/a]$ (a es una nueva constante)
$\neg \forall x F$	$\neg F[x/a]$ (a es una nueva constante)

- ▶ Las fórmulas δ_a son las componentes de δ .
- ▶ Para satisfacer una fórmula de tipo δ es necesario y suficiente satisfacer alguna de sus componentes δ_a , para alguna nueva constante a .

Introducción

Tableros
Semánticos en LP

Fórmulas α y β

Tableros completos

Búsqueda de modelos

Consecuencia lógica

Tableros
Semánticos en
LPO

Fórmulas δ y γ

Tableros completos

Búsqueda de modelos

Consecuencia lógica

Razonamiento con igualdad

Reglas γ y δ

Reducen la consistencia de un conjunto de fórmulas a la de otro conjunto formado por fórmulas más sencillas.

- ▶ **Regla γ :** Si $F \in U$ es de tipo γ , entonces

U consistente $\Leftrightarrow U \cup \{\gamma_t : t \text{ término cerrado}\}$ consistente

- ▶ **Regla δ :** Si $F \in U$ es de tipo δ , entonces para cada constante nueva, a , se tiene:

U consistente $\iff (U - \{F\}) \cup \{\delta_a\}$ consistente

Introducción

Tableros
Semánticos en LP

Fórmulas α y β

Tableros completos

Búsqueda de modelos

Consecuencia lógica

Tableros
Semánticos en
LPO

Fórmulas δ y γ

Tableros completos

Búsqueda de modelos

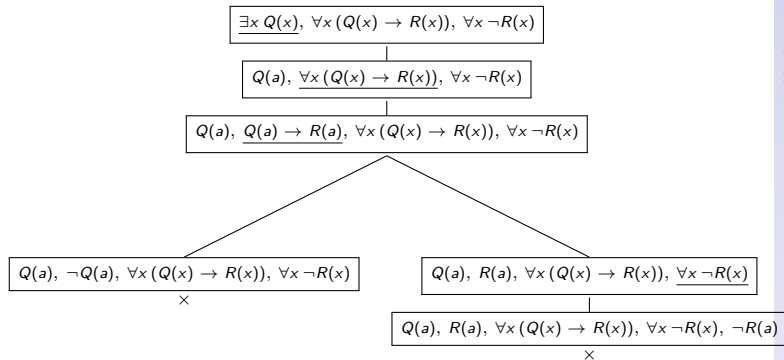
Consecuencia lógica

Razonamiento con igualdad

Ejemplo

Tablero Semántico para el conjunto de fórmulas

$$U = \{\exists x Q(x), \forall x (Q(x) \rightarrow R(x)), \forall x \neg R(x)\}$$



En cada paso subrayamos la fórmula sobre la que se aplica una regla.

Introducción

Tableros Semánticos en LP

Fórmulas α y β

Tableros completos

Búsqueda de modelos

Consecuencia lógica

Tableros Semánticos en LPO

Fórmulas δ y γ

Tableros completos

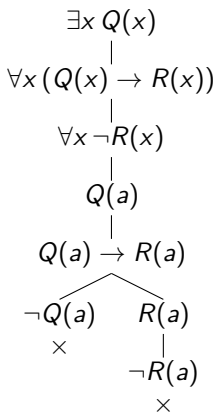
Búsqueda de modelos

Consecuencia lógica

Razonamiento con igualdad

Notación

En LPO representaremos los tableros etiquetando cada nodo con una fórmula. El tablero anterior se escribirá:



Notación: Si n es un nodo de T , E_n es la etiqueta de n (una sola fórmula), y U_n es el conjunto de etiquetas de todos los antecesores de n en T , incluyendo al propio nodo n .

Introducción

Tableros
Semánticos en LP

Fórmulas α y β

Tableros completos

Búsqueda de modelos

Consecuencia lógica

Tableros
Semánticos en
LPO

Fórmulas δ y γ

Tableros completos

Búsqueda de modelos

Consecuencia lógica

Razonamiento con igualdad

Construcción de un tablero completo

Un **tablero** para F es un árbol T , con nodos etiquetados por fórmulas y cuya raíz está etiquetada por F que se construye mediante el siguiente procedimiento: Para cada hoja n de T , ni abierta ni cerrada, hacer:

1. Si existe un par de literales complementarios en U_n , marcar con \times (**hoja cerrada**).
2. Si no, pero hay una fórmula, A , en U_n **no usada**:
 - 2.1 A de tipo α : añadir n_1 a n , $E_{n_1} = \alpha_1$, y n_2 a n_1 , $E_{n_2} = \alpha_2$, y marcar A como usada en n'' .
 - 2.2 A de tipo β : añadir n_1, n_2 a n , $E_{n_1} = \beta_1$, $E_{n_2} = \beta_2$, y marcar A como usada en n_1 y n_2 .
 - 2.3 A de tipo δ : añadir m a n , $E_m = \delta_a$ (a una nueva constante), y marcar A como usada en m .
 - 2.4 A de tipo γ y existe t , término cerrado del lenguaje del tablero, con $\gamma_t \notin U_n$: añadir m a n , $E_m = \gamma_t$ (**no se marca A como usada**).
3. Si no se verifica ninguno de los anteriores en U_n , marcar con \circ (**hoja abierta**).

Introducción

Tableros
Semánticos en LPFórmulas α y β

Tableros completos

Búsqueda de modelos

Consecuencia lógica

Tableros
Semánticos en
LPOFórmulas δ y γ

Tableros completos

Búsqueda de modelos

Consecuencia lógica

Razonamiento con igualdad

Propiedades de los tableros completos

- ▶ Un tablero para un conjunto de fórmulas $\{A_1, \dots, A_n\}$ es un tablero para la fórmula $A_1 \wedge \dots \wedge A_n$.
- ▶ Un **tablero completo** es un tablero construido siguiendo las reglas anteriores y que no puede extenderse más.
- ▶ Puede ocurrir que un tablero completo sea infinito (una rama puede crecer indefinidamente).
- ▶ Un tablero es **cerrado** si todas sus hojas son cerradas, y **abierto** en caso contrario.
- ▶ Los tableros completos con ramas infinitas son abiertos, porque una rama infinita no puede tener hojas cerradas.

Teorema. (Corrección y Completitud)

Sea S un conjunto de fórmulas cerradas:

1. **Corrección:** Si S admite un tablero completo y cerrado, entonces S es inconsistente.
2. **Completitud:** Si S es inconsistente, entonces S admite un tablero completo y cerrado.

Introducción

Tableros
Semánticos en LP

Fórmulas α y β

Tableros completos

Búsqueda de modelos

Consecuencia lógica

Tableros
Semánticos en
LPO

Fórmulas δ y γ

Tableros completos

Búsqueda de modelos

Consecuencia lógica

Razonamiento con igualdad

Extrayendo modelos de un tablero completo

Si un conjunto de fórmulas cerradas S es consistente, entonces pueden darse dos situaciones:

1. S admite un tablero completo abierto finito, y por tanto tiene una rama finita abierta.
2. El tablero para S tiene una rama infinita abierta, R , donde:
 - 2.1 Para toda fórmula de tipo α que etiqueta un nodo de R existen descendientes de dicho nodo en R etiquetados con las componentes de dicha fórmula.
 - 2.2 Para cada fórmula de tipo β o δ que etiqueta un nodo de R existe un descendiente de dicho nodo en R etiquetado con una de las componentes de la fórmula.
 - 2.3 Para toda fórmula de tipo γ que etiqueta un nodo de R y cada término cerrado t del lenguaje de R , existe un nodo en R etiquetado con γ_t .

En cualquier caso, podemos definir un modelo utilizando la rama abierta correspondiente.

Introducción

Tableros
Semánticos en LP

Fórmulas α y β
Tableros completos
Búsqueda de modelos
Consecuencia lógica

Tableros
Semánticos en
LPO

Fórmulas δ y γ
Tableros completos
Búsqueda de modelos
Consecuencia lógica
Razonamiento con igualdad

Extrayendo modelos de un tablero completo (II)

- ▶ Un tablero finito completo para el conjunto

$$S = \{\forall x \forall y (P(x, y) \rightarrow P(y, x)), \forall x \neg P(x, x), \exists x \exists y P(x, y)\}$$

proporciona el siguiente modelo:

- ▶ Universo $M = \{0, 1\}$
 - ▶ $P^M = \{(0, 1), (1, 0)\}$
- ▶ El conjunto

$$\{\exists x Q(x), \forall x P(x, f(x)), \forall x \neg P(x, x)\}$$

es consistente pero no admite ningún tablero completo **finito**. Sin embargo, es posible construir un tablero infinito en el que una rama infinita proporciona el siguiente modelo:

- ▶ Universo: $M = \{0, 1, 2, \dots\}$
- ▶ $Q^M = \{0\}$
- ▶ Para cada $j \in M$, $f^M(j) = j + 1$
- ▶ $P^M = \{(j, j + 1) : j \in M\}$.

Consecuencia lógica

Para determinar si se tiene

$$\{\forall x (P(x) \rightarrow Q(x)), \forall y (Q(y) \vee R(y) \rightarrow S(a))\} \models \forall x (P(x) \rightarrow S(a))$$

- ▶ Como $\forall x (P(x) \rightarrow S(a))$ es **cerrada** podemos trabajar con el conjunto

$$\Sigma = \{\forall x (P(x) \rightarrow Q(x)), \forall y (Q(y) \vee R(y) \rightarrow S(a)), \\ \neg \forall x (P(x) \rightarrow S(a))\}$$

- ▶ Si Σ es inconsistente la fórmula $\forall x (P(x) \rightarrow S(a))$ será consecuencia lógica del resto de fórmulas.
- ▶ Podemos verificarlo con un tablero:

Introducción

Tableros
Semánticos en LP

Fórmulas α y β

Tableros completos

Búsqueda de modelos

Consecuencia lógica

Tableros
Semánticos en
LPO

Fórmulas δ y γ

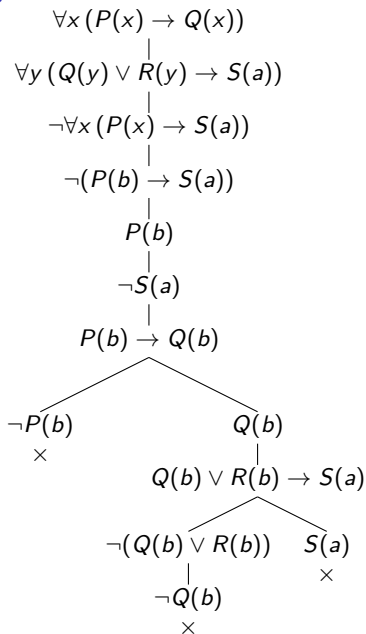
Tableros completos

Búsqueda de modelos

Consecuencia lógica

Razonamiento con igualdad

Consecuencia lógica



Razonamiento con igualdad

- ▶ Si L es un LPO con igualdad, el razonamiento con fórmulas de L debe tener en cuenta que el predicado de igualdad necesita un tratamiento específico.
- ▶ Una posibilidad es incluir **axiomas** que describen las propiedades fundamentales del predicado de igualdad:
 - ▶ (Identidad) $\forall x (x = x)$.
 - ▶ (Sustitución) Si t_1, \dots, t_n son términos de L y $F(x_1, \dots, x_n)$ es una fórmula **atómica** entonces

$$\forall x_1 \dots \forall x_n (x_1 = t_1 \wedge \dots \wedge x_n = t_n \rightarrow (F(x_1, \dots, x_n) \rightarrow F(t_1, \dots, t_n)))$$
- ▶ Otras propiedades de la igualdad pueden obtenerse a partir de las anteriores, por ejemplo:
 - ▶ (Simetría) $\forall x \forall y (x = y \rightarrow y = x)$.
 - ▶ (Transitividad) $\forall x \forall y (x = y \wedge y = z \rightarrow x = z)$.

Introducción

Tableros
Semánticos en LP

Fórmulas α y β

Tableros completos

Búsqueda de modelos

Consecuencia lógica

Tableros
Semánticos en
LPO

Fórmulas δ y γ

Tableros completos

Búsqueda de modelos

Consecuencia lógica

Razonamiento con igualdad

Tableros e igualdad

En el método de tableros para tener en cuenta estas propiedades basta incorporar dos nuevas reglas, conocidas como **reglas de igualdad**:

- ▶ **Regla I_1** . Para cada término **cerrado** t , se puede extender cualquier rama del tablero T añadiendo a su hoja un nuevo descendiente marcado con la fórmula

$$t = t$$

- ▶ **Regla I_2** . Si t y s son términos **cerrados** y en una rama de T aparecen un **literal** $P(t_1, \dots, t, \dots, t_n)$ y la fórmula $t = s$ (o la fórmula $s = t$), entonces podemos extender dicha rama añadiendo a su hoja un nuevo descendiente marcado con la fórmula

$$P(t_1, \dots, s, \dots, t_n)$$

Introducción

Tableros
Semánticos en LPFórmulas α y β

Tableros completos

Búsqueda de modelos

Consecuencia lógica

Tableros
Semánticos en
LPOFórmulas δ y γ

Tableros completos

Búsqueda de modelos

Consecuencia lógica

Razonamiento con igualdad

Ejemplos (I)

$\forall x \forall y (x = y \rightarrow f(x) = f(y))$ es lógicamente válida:

$$\begin{array}{c}
 \neg \forall x \forall y (x = y \rightarrow f(x) = f(y)) \\
 | \\
 \neg \forall y (a = y \rightarrow f(a) = f(y)) \\
 | \\
 \neg (a = b \rightarrow f(a) = f(b)) \\
 | \\
 a = b \\
 | \\
 \neg f(a) = f(b) \\
 | \\
 \neg f(b) = f(b) \\
 | \\
 f(b) = f(b) \\
 \times
 \end{array}$$

Introducción

Tableros
Semánticos en LP

Fórmulas α y β

Tableros completos

Búsqueda de modelos

Consecuencia lógica

Tableros
Semánticos en
LPO

Fórmulas δ y γ

Tableros completos

Búsqueda de modelos

Consecuencia lógica

Razonamiento con igualdad

Ejemplos (II)

$\forall x \forall y \forall z (x = y \wedge y = z \rightarrow x = z)$ es lógicamente válida:

$$\begin{array}{c}
 \neg \forall x \forall y \forall z (x = y \wedge y = z \rightarrow x = z) \\
 | \\
 \neg \forall y \forall z (a = y \wedge y = z \rightarrow a = z) \\
 | \\
 \neg \forall z (a = b \wedge b = z \rightarrow a = z) \\
 | \\
 \neg (a = b \wedge b = c \rightarrow a = c) \\
 | \\
 a = b \wedge b = c \\
 | \\
 \neg a = c \\
 | \\
 a = b \\
 | \\
 b = c \\
 | \\
 a = c \\
 \times
 \end{array}$$

Introducción

Tableros
Semánticos en LP

Fórmulas α y β

Tableros completos

Búsqueda de modelos

Consecuencia lógica

Tableros
Semánticos en
LPO

Fórmulas δ y γ

Tableros completos

Búsqueda de modelos

Consecuencia lógica

Razonamiento con igualdad

Ejemplos (III)

$$\{\exists x (f(x, x) = a), \forall x (f(x, a) = b)\} \models \exists x (f(x, f(x, x)) = b)$$

$$\begin{array}{c} \exists x (f(x, x) = a) \\ | \\ \forall x (f(x, a) = b) \\ | \\ \neg \exists x (f(x, f(x, x)) = b) \\ | \\ f(c, c) = a \\ | \\ \neg f(c, f(c, c)) = b \\ | \\ \neg f(c, a) = b \\ | \\ f(c, a) = b \\ \times \end{array}$$

Introducción

Tableros Semánticos en LP

Fórmulas α y β
 Tableros completos
 Búsqueda de modelos
 Consecuencia lógica

Tableros Semánticos en LPO

Fórmulas δ y γ
 Tableros completos
 Búsqueda de modelos
 Consecuencia lógica
Razonamiento con igualdad