

Ejercicio 1.1. Demostrar o refutar, mediante resolución, cada una de las siguientes fórmulas:

1. $(\exists x)(\forall y)R(x,y) \rightarrow (\forall y)(\exists x)R(x,y)$
2. $(\forall x)(\exists y)R(x,y) \rightarrow (\exists y)(\forall x)R(x,y)$
3. $(\exists x)(P(x) \rightarrow (\forall y)P(y))$
4. $(\exists x)(P(x) \vee Q(x)) \rightarrow (\exists x)P(x) \vee (\exists x)Q(x)$
5. $(\exists x)(P(x) \wedge Q(x)) \rightarrow (\exists x)P(x) \wedge (\exists x)Q(x)$
6. $(\exists x)P(x) \wedge (\forall x)Q(x) \rightarrow (\exists x)(P(x) \wedge Q(x))$

Ejercicio 1.2. Se consideran las siguientes fórmulas

- transitiva := $(\forall x)(\forall y)(\forall z)[R(x,y) \wedge R(y,z) \rightarrow R(x,z)]$
 simétrica := $(\forall x)(\forall y)(R(x,y) \rightarrow R(y,x))$
 reflexiva := $(\forall x)R(x,x)$
 no trivial := $(\forall x)(\exists y)R(x,y)$

1. Demostrar que $\{\text{transitiva, simétrica}\} \not\models \text{reflexiva}$.
2. Demostrar que $\{\text{transitiva, simétrica, no trivial}\} \models \text{reflexiva}$.

Ejercicio 1.3. Demostrar, por resolución, que si toda persona pobre tiene un padre rico, entonces existe una persona rica que tiene un abuelo rico.

Ejercicio 1.4. Se considera el siguiente argumento:

Todo deprimido que estima a un submarinista es listo. Cualquiera que se estime a sí mismo es listo. Ningún deprimido se estima a sí mismo. Por tanto, ningún deprimido estima a un submarinista.

Decidir, utilizando el método de resolución, si el argumento es válido. Si no es válido encontrar una interpretación en la que las premisas sean todas verdaderas y la conclusión sea falsa.

Ejercicio 1.5. Consideremos los siguientes enunciados en castellano

- E_1 : Algunos robots sólo obedecen a los amigos del programador jefe.
- E_2 : Todos los robots obedecen a los amigos del programador jefe.
- E_3 : Alvaro es amigo del programador jefe, pero Benito no le obedece.
- E_4 : Benito no es un robot.

Demostrar, mediante resolución, que E_4 es consecuencia de E_2 y E_3 .

Ejercicio 1.6. En una pecera nadan una serie de peces. Se observa que:

1. Hay algún pez x que para cualquier pez y , si el pez x no se come al pez y entonces existe un pez z tal que z es un tiburón o bien z protege al pez y .
2. No hay ningún pez que se coma a todos los demás.

3. Ningún pez protege a ningún otro.

Decidir, utilizando el método de resolución, si de las observaciones se deduce que existe algún tiburón en la pecera.

Ejercicio 1.7. Decidir, mediante resolución, si

$$\models (\exists x)(\forall y)(\forall z)[(P(y) \rightarrow Q(z)) \rightarrow (P(x) \rightarrow Q(x))]$$

En el caso de que no se verifique, obtener un contramodelo.

Ejercicio 1.8. Decidir, mediante resolución, si

$$(\exists x)(\exists y)[(R(x, y) \vee P(x, y)) \rightarrow (\forall z)(\forall w)[R(z, w) \wedge Q(z, w)]]$$

es consecuencia lógica de

$$\neg(\exists x)(\exists y)[Q(x, y) \rightarrow P(x, y)]$$

En el caso de que no se verifique, obtener un contramodelo.

Ejercicio 1.9. Decidir, mediante resolución, si

$$\{(\forall x)[P(x) \rightarrow Q(x)], (\exists x)P(x)\} \models (\forall x)Q(x).$$

Obtener un contramodelo en el caso de que no sea válida.

Ejercicio 1.10. Decidir, mediante resolución, si

$$\models (\exists x)(\exists y)[P(x, y) \rightarrow (\forall x)(\forall y)P(x, y)].$$

Obtener un contramodelo en el caso de que no sea válida.

Ejercicio 1.11. Decidir, mediante resolución, si

$$\models \neg(\forall x)(\forall y)(\exists z)[R(x, y) \wedge (R(y, z) \rightarrow \neg R(z, z))].$$

Obtener un contramodelo en el caso de que no sea válida.

Ejercicio 1.12. Decidir, mediante resolución, si

$$\{((\forall x)P(x)) \rightarrow ((\forall x)Q(x))\} \models (\forall x)[P(x) \rightarrow Q(x)]$$

En el caso de que no se verifique, obtener un contramodelo.

Ejercicio 1.13. Consideremos los siguientes hechos acerca de la sucesión de los integrantes de la monarquía inglesa:

1. El primogénito de un rey hereda la corona de dicho rey.
2. Si alguien derrota a un rey entonces hereda su corona.
3. Si alguien hereda la corona de un rey entonces se convierte en rey.
4. Enrique VIII era el primogénito de Enrique VII.
5. Ricardo III era rey y Enrique VII derrotó a Ricardo III.

A partir de la información anterior, probar, mediante resolución, que Enrique VIII fue rey.

Ejercicio 1.14. Supongamos conocidos los siguientes hechos acerca del número de aprobados de dos asignaturas A y B:

1. Si todos los alumnos aprueban la asignatura A, entonces todos aprueban la asignatura B.
2. Si algún delegado de la clase aprueba A y B, entonces todos los alumnos aprueban A.

3. Si nadie aprueba B, entonces ningún delegado aprueba A.
4. Si Manuel no aprueba B, entonces nadie aprueba B.

Probar, mediante resolución, que si Manuel es un delegado y aprueba la asignatura A, entonces todos los alumnos aprueban las asignaturas A y B.

Ejercicio 1.15. En cierto país oriental se ha celebrado la fase final del campeonato mundial de fútbol. Cierta diario deportivo ha publicado las siguientes estadísticas de tan magno acontecimiento:

- A todos los porteros que no vistieron camiseta negra les marcó un gol algún delantero europeo.
- Algún portero jugó con botas blancas y sólo le marcaron goles jugadores con botas blancas.
- Ningún portero se marcó un gol a sí mismo.
- Ningún jugador con botas blancas vistió camiseta negra.

Probar, mediante resolución, que algún delantero europeo jugó con botas blancas.

Ejercicio 1.16. Se conocen los siguientes hechos:

1. Todos los ordenadores son máquinas.
2. El TX–150 es un ordenador.
3. Félix puede arreglar, o bien estropear, cualquier máquina.
4. Cada cosa puede ser arreglada por alguien.
5. Las cosas solamente desesperan a quienes no son capaces de arreglarlas.
6. El TX–150 desespera a Félix.
7. Ninguna máquina puede ser arreglada por sí misma.

Utilizando resolución responder a las siguientes preguntas: ¿Puede arreglar Félix el TX–150? ¿Estropea Félix el TX–150?

Ejercicio 1.17. Las relaciones de parentesco verifican la siguientes propiedades generales:

- Si x es hermano de y , entonces y es hermano de x .
- Todo el mundo es hijo de alguien.
- Nadie es hijo del hermano de su padre.
- Cualquier padre de una persona es también padre de todos los hermanos de esa persona.
- Nadie es hijo ni hermano de sí mismo.

Tenemos los siguientes miembros de la familia Peláez: Don Antonio, Don Luis, Antoñito y Manolito y sabemos que Don Antonio y Don Luis son hermanos, Antoñito y Manolito son hermanos, y Antoñito es hijo de Don Antonio. Decidir mediante resolución si Don Luis es el padre de Manolito o no.