

# Tema 15: El TAD de las colas

## Informática (2011–12)

José A. Alonso Jiménez

Grupo de Lógica Computacional  
Departamento de Ciencias de la Computación e I.A.  
Universidad de Sevilla

## Tema 15: El TAD de las colas

1. Especificación del TAD de las colas
  - Signatura del TAD de las colas
  - Propiedades del TAD de las colas
2. Implementaciones del TAD de las colas
  - Implementación de las colas mediante listas
  - Implementación de las colas mediante pares de listas
3. Comprobación de las implementaciones con QuickCheck
  - Librerías auxiliares
  - Generador de colas
  - Especificación de las propiedades de las colas
  - Comprobación de las propiedades

## Tema 15: El TAD de las colas

1. Especificación del TAD de las colas
  - Signatura del TAD de las colas
  - Propiedades del TAD de las colas
2. Implementaciones del TAD de las colas
3. Comprobación de las implementaciones con QuickCheck

## Descripción informal de las colas

- ▶ Una **cola** es una estructura de datos, caracterizada por ser una secuencia de elementos en la que la operación de inserción se realiza por un extremo (el posterior o final) y la operación de extracción por el otro (el anterior o frente).
- ▶ Las colas también se llaman estructuras FIFO (del inglés First In First Out), debido a que el primer elemento en entrar será también el primero en salir.
- ▶ Analogía con las colas del cine.

## Signatura del TAD colas

### ► Signatura:

```
vacía    :: Cola a
inserta  :: a -> Cola a -> Cola a
primero  :: Cola a -> a
resto    :: Cola a -> Cola a
esVacía  :: Cola a -> Bool
válida   :: Cola a -> Bool
```

### ► Descripción de las operaciones:

- `vacía` es la cola vacía.
- `(inserta x c)` es la cola obtenida añadiendo `x` al final de `c`.
- `(primero c)` es el primero de la cola `c`.
- `(resto c)` es la cola obtenida eliminando el primero de `c`.
- `(esVacía c)` se verifica si `c` es la cola vacía.
- `(válida c)` se verifica si `c` representa una cola válida.

## Tema 15: El TAD de las colas

### 1. Especificación del TAD de las colas

Signatura del TAD de las colas

Propiedades del TAD de las colas

### 2. Implementaciones del TAD de las colas

### 3. Comprobación de las implementaciones con QuickCheck

## Propiedades del TAD de las colas

1. `primero (inserta x vacia) == x`
2. Si `c` es una cola no vacía, entonces  
`primero (inserta x c) == primero c,`
3. `resto (inserta x vacia) == vacia`
4. Si `c` es una cola no vacía, entonces  
`resto (inserta x c) == inserta x (resto c)`
5. `esVacia vacia`
6. `not (esVacia (inserta x c))`

## Tema 15: El TAD de las colas

1. Especificación del TAD de las colas
2. Implementaciones del TAD de las colas
  - Implementación de las colas mediante listas
  - Implementación de las colas mediante pares de listas
3. Comprobación de las implementaciones con QuickCheck



## Implementación de las colas mediante listas

- ▶ Cabecera del módulo:

---

```
module ColaConListas
  (Cola,
   vacia,    -- Cola a
   inserta,  -- a -> Cola a -> Cola a
   primero, -- Cola a -> a
   resto,    -- Cola a -> Cola a
   esVacia,  -- Cola a -> Bool
   valida    -- Cola a -> Bool
  ) where
```

---

- ▶ Representación de las colas mediante listas:

---

```
newtype Cola a = C [a] deriving (Show, Eq)
```

---

## Implementación de las colas mediante listas

- ▶ Ejemplo de cola: `c1` es la cola obtenida añadiéndole a la cola vacía los números del 1 al 10. Por ejemplo,

```
| ghci> c1  
| C [10,9,8,7,6,5,4,3,2,1]
```

---

```
c1 = foldr inserta vacia [1..10]
```

---

- ▶ `vacía` es la cola vacía. Por ejemplo,

```
| ghci> vacia  
| C []
```

---

```
vacia :: Cola a  
vacia = C []
```

---

## Implementación de las colas mediante listas

- ▶ (`inserta x c`) es la cola obtenida añadiendo `x` al final de la cola `c`. Por ejemplo,

```
| inserta 12 c1  ~>  C [10,9,8,7,6,5,4,3,2,1,12]
```

---

```
inserta :: a -> Cola a -> Cola a
inserta x (C c) = C (c ++ [x])
```

---

- ▶ (`primero c`) es el primer elemento de la cola `c`. Por ejemplo,

```
| primero c1  ~>  10
```

---

```
primero :: Cola a -> a
primero (C (x:_)) = x
primero (C [])   = error "primero: cola vacia"
```

---

## Implementación de las colas mediante listas

- ▶ (`resto c`) es la cola obtenida eliminando el primer elemento de la cola `c`. Por ejemplo,

```
resto c1  ~>  C [9,8,7,6,5,4,3,2,1]
```

---

```
resto :: Cola a -> Cola a
```

```
resto (C (_:xs)) = C xs
```

```
resto (C [])      = error "resto: cola vacia"
```

---

- ▶ (`esVacia c`) se verifica si `c` es la cola vacía. Por ejemplo,

```
esVacia c1      ~>  False
```

```
esVacia vacia  ~>  True
```

---

```
esVacia :: Cola a -> Bool
```

```
esVacia (C xs) = null xs
```

---

## Implementación de las colas mediante listas

- ▶ `(valida c)` se verifica si `c` representa una cola válida. Con esta representación, todas las colas son válidas.

---

```
valida :: Cola a -> Bool
```

```
valida c = True
```

---

## Tema 15: El TAD de las colas

1. Especificación del TAD de las colas
2. Implementaciones del TAD de las colas
  - Implementación de las colas mediante listas
  - Implementación de las colas mediante pares de listas
3. Comprobación de las implementaciones con QuickCheck

## Las colas como pares de listas

- ▶ En esta implementación, una cola  $c$  se representa mediante un par de listas  $(xs, ys)$  de modo que los elementos de  $c$  son, en ese orden, los elementos de la lista  $xs++(\text{reverse } ys)$ .
- ▶ Al dividir la lista en dos partes e invertir la segunda de ellas, esperamos hacer más eficientes las operaciones sobre las colas.
- ▶ Impondremos también una restricción adicional sobre la representación: las colas serán representadas mediante pares  $(xs, ys)$  tales que si  $xs$  es vacía, entonces  $ys$  será también vacía.
- ▶ Esta restricción ha de mantenerse por las operaciones que crean colas.

## Implementación de las colas como pares de listas

### ► Cabecera del módulo

---

```
module ColaConDosListas
  (Cola,
   vacia,    -- Cola a
   inserta,  -- a -> Cola a -> Cola a
   primero,  -- Cola a -> a
   resto,    -- Cola a -> Cola a
   esVacia,  -- Cola a -> Bool
   valida   -- Cola a -> Bool
  ) where
```

---

### ► Las colas como pares de listas

---

```
newtype Cola a = C ([a],[a])
```

---



## Implementación de las colas como pares de listas

- ▶ `(valida c)` se verifica si la cola `c` es válida; es decir, si su primer elemento es vacío entonces también lo es el segundo. Por ejemplo,

```
valida (C ([2], [5]))  ~>  True  
valida (C ([2], []))  ~>  True  
valida (C ([], [5]))  ~>  False
```

---

```
valida:: Cola a -> Bool
```

```
valida (C (xs,ys)) = not (null xs) || null ys
```

---

## Implementación de las colas como pares de listas

- ▶ Procedimiento de escritura de colas como pares de listas.

---

```
instance Show a => Show (Cola a) where
    showsPrec p (C (xs,ys)) cad
        = showString "C " (showList (xs ++ (reverse ys)) c
```

---

- ▶ Ejemplo de cola: `c1` es la cola obtenida añadiéndole a la cola vacía los números del 1 al 10. Por ejemplo,

```
| ghci> c1
| C [10,9,8,7,6,5,4,3,2,1]
```

---

```
c1 :: Cola Int
c1 = foldr inserta vacia [1..10]
```

---

## Implementación de las colas como pares de listas

- ▶ `vacía` es la cola vacía. Por ejemplo,

```
ghci> c1
C [10,9,8,7,6,5,4,3,2,1]
```

---

```
vacía :: Cola a
```

```
vacía = C ([],[])
```

---

- ▶ `(inserta x c)` es la cola obtenida añadiendo `x` al final de la cola `c`. Por ejemplo,

```
inserta 12 c1 ~> C [10,9,8,7,6,5,4,3,2,1,12]
```

---

```
inserta :: a -> Cola a -> Cola a
```

```
inserta y (C (xs,ys)) = C (normaliza (xs,y:ys))
```

---

## Implementación de las colas como pares de listas

- ▶ (`normaliza p`) es la cola obtenida al normalizar el par de listas `p`. Por ejemplo,

```
normaliza ([], [2,5,3])  ~> ([3,5,2], [])
normaliza ([4], [2,5,3]) ~> ([4], [2,5,3])
```

---

```
normaliza :: ([a], [a]) -> ([a], [a])
normaliza ([], ys) = (reverse ys, [])
normaliza p      = p
```

---

- ▶ (`primero c`) es el primer elemento de la cola `c`. Por ejemplo,

```
primero c1 ~> 10
```

---

```
primero  :: Cola a -> a
primero (C (x:xs,ys)) = x
primero _              = error "primero: cola vacia"
```

---

## Implementación de las colas como pares de listas

- ▶ `(resto c)` es la cola obtenida eliminando el primer elemento de la cola `c`. Por ejemplo,

```
resto c1  ~>  C [9,8,7,6,5,4,3,2,1]
```

---

```
resto  :: Cola a -> Cola a
resto (C (x:xs,ys)) = C (normaliza (xs,ys))
resto (C ([],[]))   = error "resto: cola vacia"
```

---

- ▶ `(esVacia c)` se verifica si `c` es la cola vacía. Por ejemplo,

```
esVacia c1      ~>  False
esVacia vacia   ~>  True
```

---

```
esVacia :: Cola a -> Bool
esVacia (C (xs,_)) = null xs
```

---

## Implementación de las colas como pares de listas

- ▶ `(elementos c)` es la lista de los elementos de la cola `c` en el orden de la cola. Por ejemplo,

```
| elementos (C ([3,2], [5,4,7])) ~> [3,2,7,4,5]
```

---

```
elementos :: Cola a -> [a]
```

```
elementos (C (xs,ys)) = xs ++ (reverse ys)
```

---

## Implementación de las colas como pares de listas

- ▶ `(igualColas c1 c2)` se verifica si las colas `c1` y `c2` son iguales.

```
ghci> igualColas (C ([3,2], [5,4,7])) (C ([3], [5,4,7,2]))
True
ghci> igualColas (C ([3,2], [5,4,7])) (C ([], [5,4,7,2,3]))
False
```

---

```
igualColas c1 c2 =
    valida c1 && valida c2 &&
    elementos c1 == elementos c2
```

---

- ▶ Extensión de la igualdad a las colas:

---

```
instance (Eq a) => Eq (Cola a) where
    (==) = igualColas
```

---

## Tema 15: El TAD de las colas

1. Especificación del TAD de las colas
2. Implementaciones del TAD de las colas
3. Comprobación de las implementaciones con QuickCheck
  - Librerías auxiliares
  - Generador de colas
  - Especificación de las propiedades de las colas
  - Comprobación de las propiedades



## Importación de librerías

- ▶ Importación de la implementación de las colas que se desea comprobar.

---

```
import ColaConListas
-- import ColaConDosListas
```

---

- ▶ Importación de librerías auxiliares

---

```
import Data.List
import Test.QuickCheck
import Test.Framework
import Test.Framework.Providers.QuickCheck2
```

---

## Tema 15: El TAD de las colas

1. Especificación del TAD de las colas
2. Implementaciones del TAD de las colas
3. Comprobación de las implementaciones con QuickCheck
  - Librerías auxiliares
  - Generador de colas**
  - Especificación de las propiedades de las colas
  - Comprobación de las propiedades

## Generador de colas

- `genCola` es un generador de colas de enteros. Por ejemplo,

```
ghci> sample genCola
C ([7,8,4,3,7],[5,3,3])
C ([1],[13])
...
```

---

```
genCola :: Gen (Cola Int)
genCola = frequency [(1, return vacia),
                    (30, do n <- choose (10,100)
                          xs <- vectorOf n arbitrary
                          return (creaCola xs))]
  where creaCola = foldr inserta vacia
```

```
instance Arbitrary (Cola Int) where
  arbitrary = genCola
```

## Corrección del generador de colas

- ▶ Propiedad: Todo los elementos generados por `genCola` son colas válidas.

---

```
prop_genCola_correcto :: Cola Int -> Bool
prop_genCola_correcto c = valida c
```

---

- ▶ Comprobación.

```
| ghci> quickCheck prop_genCola_correcto
| +++ OK, passed 100 tests.
```

## Tema 15: El TAD de las colas

1. Especificación del TAD de las colas
2. Implementaciones del TAD de las colas
3. Comprobación de las implementaciones con QuickCheck
  - Librerías auxiliares
  - Generador de colas
  - Especificación de las propiedades de las colas
  - Comprobación de las propiedades

## Especificación de las propiedades de las colas

- ▶ El primero de la cola obtenida añadiendo  $x$  a la cola vacía es  $x$ .

---

```
prop_primeros_inserta_vacia :: Int -> Bool
prop_primeros_inserta_vacia x =
    primero (inserta x vacia) == x
```

---

- ▶ Si una cola no está vacía, su primer elemento no varía al añadirle un elemento.

---

```
prop_primeros_inserta_no_vacia :: Cola Int -> Int -> Int
                                     -> Bool
prop_primeros_inserta_no_vacia c x y =
    primero (inserta x c') == primero c'
  where c' = inserta y vacia
```

---

- └ Comprobación de las implementaciones con QuickCheck
- └ Especificación de las propiedades de las colas

## Especificación de las propiedades de las colas

- ▶ El resto de la cola obtenida insertando un elemento en la cola vacía es la cola vacía.

---

```
prop_resto_inserta_vacia :: Int -> Bool
prop_resto_inserta_vacia x =
    resto (inserta x vacia) == vacia
```

---

- ▶ Las operaciones de encolar y desencolar conmutan.

---

```
prop_resto_inserta_en_no_vacia :: Cola Int -> Int -> Int
                                -> Bool
prop_resto_inserta_en_no_vacia c x y =
    resto (inserta x c') == inserta x (resto c')
    where c' = inserta y c
```

---

- └ Comprobación de las implementaciones con QuickCheck
- └ Especificación de las propiedades de las colas

## Especificación de las propiedades de las colas

- ▶ vacia es una cola vacía.

---

```
prop_vacia_es_vacia :: Bool
prop_vacia_es_vacia =
    esVacia vacia
```

---

- ▶ La cola obtenida insertando un elemento no es vacía.

---

```
prop_inserta_no_es_vacia :: Int -> Cola Int -> Bool
prop_inserta_no_es_vacia x c =
    not (esVacia (inserta x c))
```

---



- └ Comprobación de las implementaciones con QuickCheck
- └ Especificación de las propiedades de las colas

## Especificación de las propiedades de las colas

- ▶ La cola vacía es válida.

---

```
prop_valida_vacia :: Bool
prop_valida_vacia = valida vacia
```

---

- ▶ Al añadirle un elemento a una cola válida se obtiene otra válida.

---

```
prop_valida_inserta :: Cola Int -> Int -> Property
prop_valida_inserta c x =
  valida c ==> valida (inserta x c)
```

---

- ▶ El resto de una cola válida y no vacía es una cola válida.

---

```
prop_valida_resto :: Cola Int -> Property
prop_valida_resto c =
  valida c && not (esVacía c) ==> valida (resto c)
```

---

## Tema 15: El TAD de las colas

1. Especificación del TAD de las colas
2. Implementaciones del TAD de las colas
3. Comprobación de las implementaciones con QuickCheck
  - Librerías auxiliares
  - Generador de colas
  - Especificación de las propiedades de las colas
  - Comprobación de las propiedades

## Definición del procedimiento de comprobación

- `compruebaPropiedades` comprueba todas las propiedades con la plataforma de verificación.

---

```
compruebaPropiedades =
  defaultMain
    [testGroup "Propiedades del TAD cola"
    [testGroup "Propiedades del TAD cola"
      [testProperty "P1" prop_primero_inserta_vacia,
        testProperty "P2" prop_primero_inserta_no_vacia,
        testProperty "P3" prop_resto_inserta_vacia,
        testProperty "P4" prop_resto_inserta_en_no_vacia,
        testProperty "P5" prop_vacia_es_vacia,
        testProperty "P6" prop_inserta_no_es_vacia,
        testProperty "P7" prop_valida_vacia,
        testProperty "P8" prop_valida_inserta,
        testProperty "P9" prop_valida_resto]]]
```

---

## Comprobación de las propiedades de las colas

```
ghci> compruebaPropiedades
Propiedades del TAD cola
P1: [OK, passed 100 tests]
P2: [OK, passed 100 tests]
P3: [OK, passed 100 tests]
P4: [OK, passed 100 tests]
P5: [OK, passed 100 tests]
P6: [OK, passed 100 tests]
P7: [OK, passed 100 tests]
P8: [OK, passed 100 tests]
P9: [OK, passed 100 tests]
```

	Properties	Total
Passed	9	9
Failed	0	0
Total	9	9