Lógica Informática. (1-12-2000)

Nombre y apellidos ....

Ejercicio 1.– [3 ptos.]

(a) Probar que la siguiente fórmula es una tautología: $(p \to (\neg q \wedge r)) \to (p \to (q \to r))$

(a.1) Utilizando tableros semánticos.

(a.2) Mediante forma normal conjuntiva.

(b) Sea $U = \{\neg A_1 \vee \neg B_1 \vee C_2,\ \neg A_1 \vee B_1,\ \neg A_2 \vee B_2,\ A_1, A_2\}$

(b.1) Probar que U es consistente y describir razonadamente todos los modelos de U.

(b.2) Probar que $U \models C_2$ mediante resolución lineal.

Ejercicio 2.– [3 ptos.] Consideremos el sistema deductivo, $\mathbf{T}$, dado por

- Axiomas: Para cada $A, B, C \in PROP$, las siguientes fórmulas son axiomas de $\mathbf{T}$:

  Ax1 $(A \wedge B) \to (B \wedge A)$ **Ax2** $(A \to B) \to ((C \wedge \neg B) \to (C \wedge \neg A))$

- Reglas de inferencia: $\dfrac{A \to B,\ A}{A \wedge B}$ y $\dfrac{A \wedge B}{B}$ (siendo A y B fórmulas cualesquiera).

(a) Probar que si $\vdash_{\mathbf{T}} A$, entonces $\models A$

(b) Sabiendo que el teorema de la deducción es cierto para $\mathbf{T}$, es decir, que para todo conjunto de fórmulas U y cada $A, B \in PROP$

$$U \vdash_{\mathbf{T}} A \to B \quad \Longleftrightarrow \quad U \cup \{A\} \vdash_{\mathbf{T}} B$$

probar que:

(b.1) $\vdash_{\mathbf{T}} A \to (A \wedge A)$

(b.2) $\vdash_{\mathbf{T}} (A \to B) \to (((A \wedge B) \to C) \to (A \to C))$

Ejercicio 3.– [4 ptos.]

(a) Hallar las formas prenex, de Skolem y clausal de la fórmula:

$$[\exists z\, A(y, z) \to \exists u\, B(y, u)] \to \exists x\, \forall z\, [P(x) \to \neg Q(z)]$$

(b) Sea Σ el conjunto formado por las fórmulas

(1) $\forall y (I(x, y) \to I(y, x)) \wedge \forall y \forall z (I(x, y) \wedge I(y, z) \to I(x, z))$

(2) $P(\mathbf{e}) \wedge \forall x (P(x) \to S(\mathbf{d}, x))$

(3) $\forall x\, [P(x) \wedge \neg I(y_1, y_2) \to \neg (S(y_1, x) \wedge S(y_2, x))]$

Decidir, mediante resolución o construyendo un modelo de Herbrand, si:

(b.1) $\Sigma \models \forall y [I(y, \mathbf{d}) \to \forall x (P(x) \to S(y, x))]$

(b.2) $\Sigma \models \neg \exists x\, [S(x, \mathbf{e}) \wedge \neg I(x, \mathbf{d})]$