Lógica Informática. (15-6-2000)

Nombre y apellidos ....

Ejercicio 1.– Sea A la siguiente fórmula proposicional:

$$(p \to (q \to r)) \to ((p \land q) \to r))$$

(a) Decidir si A es una tautología:

(a.1) Por el método de los tableros semánticos.

(a.2) Utilizando resolución lineal.

(b) Sea $U = \{(((p \land q) \to r)) \to (p \to (q \to r))\}$. Decidir si $U \models A$ utilizando resolución por saturación.

Ejercicio 2.– (En este ejercicio sólo manejamos fórmulas construidas con las conectivas $\lor$ y $\neg$, el resto de conectivas se consideran abreviaturas).
Consideremos el sistema deductivo, $\mathbf{T}$, dado por

- Axiomas: $Ax(\mathbf{T}) = \{\neg p \lor \neg q,\ \neg r \lor q,\ \neg s \lor (p \lor p)\}$
- Reglas de inferencia:
  Pr: $\dfrac{A \lor B}{B \lor A}$ Ab: $\dfrac{(A \lor A) \lor B}{A \lor B}$ Rs: $\dfrac{A \lor B,\ \neg A \lor C}{B \lor C}$
  (siendo A, B y C fórmulas cualesquiera).

(a) Probar que $\vdash_{\mathbf{T}} \neg r \lor \neg s$

(b) Sea $U = Ax(\mathbf{T})$. Probar que si $\vdash_{\mathbf{T}} A$, entonces $U \models A$.

(c) ¿Es cierto que para toda fórmula A, si $U \models A$, entonces $\vdash_{\mathbf{T}} A$? Razónese la respuesta.

Ejercicio 3.– Sea φ la fórmula

$$\forall y\ [\forall x\,(p(x) \to q(x,y)) \to \forall y\,(p(y) \to \exists z\, q(y,z))]$$

(a) Hallar una forma de Skolem de φ y otra de $\neg\varphi$.

(b) Deducir, razonadamente, si φ es lógicamente válida.

Ejercicio 4.– Sea Σ el conjunto de fórmulas

$$\{\forall x\,(P(x,f(x)) \to \neg P(x,b)), \forall x\,(P(x,a) \to P(x,b)), \forall x\,(\neg\exists z\, P(x,z) \lor P(x,f(x)))\}$$

(donde a y b son símbolos de constante).
Decidir, mediante resolución o construyendo un modelo de Herbrand, si:

(a) $\Sigma \models \neg\exists x\,\exists z\,(P(x,z) \land P(x,a))$

(b) $\Sigma \models P(x,z) \land P(x,a)$

Puntuación: 2.5 ptos. cada ejercicio.