Lógica Informática. (25-9-2000)

Nombre y apellidos ....

Ejercicio 1.– [3 ptos.]

(a) Decidir, utilizando tableros semánticos, si la siguiente fórmula es una tautología:

$$((p \vee q) \rightarrow r) \leftrightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r))$$

(b) Sea $U = \{\neg A \vee \neg B \vee F,\ C \vee \neg D \vee F,\ G \vee B,\ \neg H,\ G \vee H \vee A,\ H \vee \neg B \vee \neg C,\ \neg G\}$

(b.1) Probar que U es consistente y describir razonadamente todos los modelos de U.

(b.2) Probar que $U \models F$ mediante resolución lineal.

Ejercicio 2.– [3 ptos.] Consideremos el sistema deductivo, **T**, dado por

- Axiomas: Para cada $A, B, C \in PROP$, las siguientes fórmulas son axiomas de **T**:

Ax1	$(A \vee A) \rightarrow A$	**Ax3**	$(A \vee B) \rightarrow (B \vee A)$
Ax2	$A \rightarrow (A \vee B)$	**Ax4**	$(A \rightarrow B) \rightarrow ((C \vee A) \rightarrow (C \vee B))$

- Reglas de inferencia: Modus Ponens: $\dfrac{A \rightarrow B,\ A}{B}$ (siendo A y B fórmulas cualesquiera).

(a) Probar que si $\vdash_{\mathbf{T}} A$, entonces $\models A$

(b) Sabiendo que el teorema de la deducción es cierto para **T**, es decir, que para todo conjunto de fórmulas U y cada $A, B \in PROP$

$$U \vdash_{\mathbf{T}} A \rightarrow B \iff U \cup \{A\} \vdash_{\mathbf{T}} B$$

probar que:

(b.1) $\vdash_{\mathbf{T}} A \rightarrow (B \vee A)$

(b.2) $\vdash_{\mathbf{T}} (A \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C))$
(Indicación: recuérdese que $F \rightarrow G$ es una abreviatura de $\neg F \vee G$)

Ejercicio 3.– [4 ptos.]

(a) Hallar las formas prenex, de Skolem y clausal de la fórmula:

$$\exists x\, \forall y\, [[P(x) \rightarrow \neg Q(z)] \rightarrow [\exists z\, A(x,z) \rightarrow \exists u\, B(y,u)]]$$

(b) Sea Σ el conjunto formado por las fórmulas

(1) $\forall y (I(x,y) \rightarrow I(y,x)) \wedge \forall y \forall z (I(x,y) \wedge I(y,z) \rightarrow I(x,z))$

(2) $\exists x_1 \exists x_2\, [\neg I(x_1,x_2) \wedge \forall y (I(x_1,y) \vee I(x_2,y))]$

Decidir, mediante resolución o construyendo un modelo de Herbrand, si:

(b.1) $\Sigma \models \exists y\, \neg I(x,y)$

(b.2) $\Sigma \models \exists x \forall y\, \neg I(x,y)$