Lógica Informática. (29-11-2001)

Nombre y apellidos ....

Ejercicio 1.– [3 ptos.] Sea A la fórmula proposicional

$$(p \lor q \leftrightarrow \neg r) \land (\neg p \to s) \land (\neg t \to q) \land (s \land t \to u)$$

(a) Pruébese que A es satisfactible.

(b) Demuéstrese por el método de tableros semánticos que $A \models r \to u$.

(c) Pruébese por resolución proposicional que

$$\{p \lor q \leftrightarrow \neg r,\ \neg p \to s,\ \neg t \to q,\ s \land t \to u\} \models r \to u$$

Ejercicio 2.– [4 ptos.] Sea Σ el conjunto formado por las siguientes fórmulas:

$$\begin{array}{ll} (\mathbf{1})\ P(\mathbf{a}) \land \forall x\,(P(x) \to Q(f(x), x)) & (\mathbf{3})\ \forall x\,(P(x) \lor R(x)) \\ (\mathbf{2})\ Q(x, y) \to [R(f(x)) \land \neg R(f(f(x)))] & (\mathbf{4})\ \forall x \neg (P(x) \land R(x)) \end{array}$$

Se pide:

(a) Probar mediante resolución que $\Sigma \models P(f(f(f(\mathbf{a}))))$.

(b) Probar, utilizando un modelo de Herbrand, que $\Sigma \not\models Q(f(x), x) \to P(x)$.

(c) Probar, por inducción en n, que para todo $n \in \mathbb{N}$, $\Sigma \models R(f^{3n+2}(\mathbf{a})) \land P(f^{3n}(\mathbf{a}))$.

Ejercicio 3.– [3 ptos.]

(a) Hállense las formas prenex, de Skolem y clausal de la fórmula:

$$\exists x \exists y \forall z\, [\forall v\, (Q(x, v) \lor R(x, y)) \to \neg \exists v \neg \exists u (Q(x, v) \land \neg R(x, u))]$$

(b) Sean A y B fórmulas proposicionales y C una tautología. Pruébese que son equivalentes:

(1) $\models A \to (B \land C)$

(2) Para cada valoración V, si $V \models A \land C$ entonces $V \models B$.