Lógica Informática. (20-6-2001)

Nombre y apellidos ....

Ejercicio 1.–

1. Decide, utilizando el método que se indica, si cada una de las fórmulas siguientes es insatisfactible o una tautología.

$$\begin{array}{lcl} A & \equiv & (p \land q \leftrightarrow p \lor q) \to (p \to q) \\ B & \equiv & (p \to \neg(q \to \neg r)) \land (r \to \neg q) \\ C & \equiv & (q \to (p \land r)) \land \neg(p \leftrightarrow (p \lor q)) \end{array}$$

   Los métodos que deben usarse son: tableros semánticos para A, formas normales para B y resolución para C.

2. Describe, razonadamente, todos los modelos de cada una de las fórmulas anteriores.

3. Consideremos el conjunto $U = \{p \lor q \to r \lor s,\ r \land t \to s,\ r \land \neg t \to \neg u\}$. Decide, mediante tableros semánticos, si $U \models p \to s \lor \neg u$.

Ejercicio 2.– Las relaciones de parentesco verifican la siguientes propiedades generales:

- Si x es hermano de y, entonces y es hermano de x.
- Todo el mundo es hijo de alguien.
- Nadie es hijo del hermano de su padre.
- Cualquier padre de una persona es también padre de todos los hermanos de esa persona.
- Nadie es hijo ni hermano de sí mismo.

Tenemos los siguientes miembros de la familia Peláez:

Don Antonio, Don Luis, Antoñito y Manolito

y sabemos que Don Antonio y Don Luis son hermanos, Antoñito y Manolito son hermanos, y Antoñito es hijo de Don Antonio. Se pide:

1. Formalizar los conocimientos anteriores en un lenguaje de primer orden usando tan solo:
   - **A**, **L**, **a**, **m** como constantes para D. Antonio, D. Luis, Antoñito y Manolito, resp.
   - Los predicados: Her(x,y)= x es hermano de y, Hijo(x,y)= x es hijo de y

2. Obtener una forma clausal para el conjunto de fórmulas obtenido en el apartado 1.

3. Decidir mediante resolución no restringida si Don Luis es el padre de Manolito o no.

Ejercicio 3.–

1. Obténganse formas prenex, de Skolem y clausal de la siguiente fórmula:

$$\exists x \forall u \, [\exists y \, P(u, f(y), a) \rightarrow (Q(u, x) \rightarrow \exists y \, (Q(y, z) \wedge P(u, y, z)))]$$

   siendo a un símbolo de constante y f un símbolo de función de aridad 1.

2. Dada una fórmula proposicional F, sea $T(F) = \{G \in PROP : \; F \models G\}$. Pruébese que, para cada $A, B \in PROP$,

   (a) $A \rightarrow B$ es tautología $\quad \Longleftrightarrow \quad T(B) \subseteq T(A)$.

   (b) $A \equiv B \quad \Longleftrightarrow \quad T(B) = T(A)$.

Ejercicio 4.– Sea Σ el conjunto formado por las siguientes fórmulas

(**a**)	$P(x, x)$	(**c**)	$P(x, f(x)) \wedge \neg P(f(x), x) \wedge P(a, x)$
(**b**)	$P(x, y) \vee P(y, x)$	(**d**)	$\neg \exists y \; [P(x, y) \wedge P(y, f(x)) \wedge \neg P(y, x) \wedge \neg P(f(x), y)]$

Probar mediante resolución básica o construyendo un modelo de Herbrand, que

1. $\Sigma \models \exists y \, (P(x, y) \wedge \neg P(y, x))$
2. $\Sigma \not\models \neg P(x, a) \rightarrow \exists y P(y, x)$

Puntuación: 2.5 ptos. cada ejercicio.