

Nombre y apellidos

Ejercicio 1.– [4 ptos.]

(a) Pruébese que la siguiente fórmula es una tautología:

$$(p \rightarrow r) \rightarrow ((q \rightarrow r) \rightarrow (p \vee q \rightarrow r)).$$

Primero utilizando tableros semánticos y después mediante resolución proposicional.

(b) Pruébese que:

(b.1) Si U es un conjunto de tautologías y A es una fórmula proposicional tal que $U \models A$, entonces A es una tautología.

(b.2) Si A y B son dos cláusulas proposicionales y F es la fórmula $\neg(A \wedge B)$, entonces

$$F \text{ es insatisfacible} \iff A \text{ y } B \text{ contienen ambas un par complementario.}$$

Ejercicio 2.– [3 ptos.] Sea $\Sigma = \{\neg P(x, x), P(x, y) \vee P(y, x), P(x, f(x))\}$ y sea φ la fórmula

$$\forall x \forall y (P(x, y) \rightarrow \exists z (P(x, z) \wedge P(z, y)))$$

(a) Hállese una forma clausal de φ y otra de $\neg\varphi$.

(b) Pruébese, utilizando un modelo de Herbrand, que $\Sigma \not\models \varphi$.

Ejercicio 3.– [3 ptos.] Se conocen los siguientes hechos:

1. Todos los ordenadores son máquinas.
2. El TX-150 es un ordenador.
3. Félix puede arreglar, o bien estropear, cualquier máquina.
4. Cada cosa puede ser arreglada por alguien.
5. Las cosas solamente desesperan a quienes no son capaces de arreglarlas.
6. El TX-150 desespera a Félix.
7. Ninguna máquina puede ser arreglada por sí misma.

Se pide:

(a) Formalizar los hechos anteriores utilizando los siguientes símbolos de predicado:

$O(x)$: “ x es un ordenador”, $M(x)$: “ x es una máquina”, $A(x, y)$: “ x puede arreglar y ”,
 $E(x, y)$: “ x estropea y ” y $D(x, y)$: “ x desespera a y ”.

Y **a**, **b** como constantes para TX-150 y Félix, respectivamente.

(b) Utilizando resolución no restringida responder a las siguientes preguntas:

¿Puede arreglar Félix el TX-150? ¿Estropea Félix el TX-150?