Lógica Informática. (7-9-2002)

Nombre y apellidos ....

Ejercicio 1.– [3 ptos.] Sean $A : \neg r \rightarrow s \wedge \neg u$, $B : (r \vee s) \wedge (u \rightarrow r)$ y U el conjunto de fórmulas: $U = \{q \vee r \vee s,\ r \rightarrow q \vee t,\ q \rightarrow \neg p,\ t \rightarrow u,\ u \rightarrow \neg s,\ p\}$

(a) Pruébese, mediante tableros semánticos que A y B son lógicamente equivalentes.

(b) Hállense, razonadamente, todos los modelos de U. ¿Es U consistente?

(c) Pruébese, mediante resolución lineal, que la fórmula A es consecuencia lógica de U.

(d) Decídase razonadamente si la fórmula $\neg B$ es, o no, consecuencia lógica de U.

Ejercicio 2.– [3 ptos.] Consideremos el lenguaje de primer orden $L = \{a, P, Q\}$ (siendo a un símbolo de constante y P y Q predicados de aridad 1). Sea φ la fórmula de L

$$\forall x\, (P(x) \rightarrow (Q(x) \vee Q(a))) \rightarrow [\exists x\, P(x) \rightarrow \exists x\, (Q(x) \vee Q(a))]$$

(a) Obténganse formas clausales para φ y $\neg\varphi$.

(b) Pruébese, utilizando resolución básica, que φ es lógicamente válida.

(c) Descríbase un modelo de Herbrand de φ.

Ejercicio 3.– [1 pto.] Consideremos el LPO $L = \{a, b, P, Q, R, T\}$. Escríbanse fórmulas de L que expresen las siguientes afirmaciones:

1. Pilar dirigió algún drama pero no dirigió ninguna comedia.
2. Pedro dirigió una comedia de mayor duración que cualquiera de las dirigidas por Pilar.
3. Pedro no dirigió comedias salvo que Pilar dirigiera algún drama.
4. Pilar dirigió todo drama que no dirigió Pedro.

$P(x)$ expresará que "x es una comedia", $Q(x)$ que "x es un drama", $R(x, y)$ expresará que "x dirigió y" y $T(x, y)$ que "x es de mayor duración que y". Las constantes a y b denotarán, respectivamente, a Pedro y a Pilar.

Ejercicio 4.– [2 ptos.] Consideremos las fórmulas del LPO, $L = \{P, Q\}$

$$\varphi_1 :\ \exists x\, (P(x) \wedge Q(x)), \qquad \varphi_2 :\ \exists x\, P(x) \wedge \exists x\, Q(x), \qquad \varphi_3 :\ \exists x \exists y\, (P(x) \wedge Q(y))$$

(a) Hállese una L–estructura M tal que $M \models \varphi_2$ pero $M \not\models \varphi_1$.

(b) Pruébese que todo modelo de φ_1 es modelo de φ_2.

(c) Pruébese que φ_2 y φ_3 son lógicamente equivalentes.

Ejercicio 5.– [1 pto.] Sea $\mathbf{T}$ un sistema deductivo que tiene entre sus reglas de inferencia la regla Modus Ponens y que, además, satisface el teorema de la deducción, es decir, para cualesquiera fórmulas A y B se tiene: $\vdash_{\mathbf{T}} A \rightarrow B \iff \{A\} \vdash_{\mathbf{T}} B$.

Pruébese que para todo $A, B, C \in PROP$, la fórmula $(A \rightarrow B) \rightarrow [(B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C)]$ es un teorema de $\mathbf{T}$.