Lógica Informática. (12-12-2003)

Nombre y apellidos ....

Ejercicio 1.– [3 ptos.] Sean F y G las siguientes fórmulas:

$$F: \ (p \to q) \land ((r \to \neg t) \land (q \to r)), \quad G: \ \neg(\neg t \leftrightarrow (\neg t \land p)) \to \neg(p \to \neg t)$$

1. Pruébese mediante un tablero semántico que $F \to (p \to \neg t)$ es una tautología.
2. Utilizando una forma normal, pruébese que G es satisfactible.
3. Pruébese mediante resolución que $\{F, G\} \models r \to p$.

Ejercicio 2.– [3.5 ptos.] Consideremos el lenguaje de primer orden $L = \{a, f, P, Q, R\}$ y el conjunto de fórmulas de L:

$$U = \{Q(x) \to R(x),\ P(x,y) \to P(y,x),\ \neg P(x,x),\ P(f(x),x) \to Q(f(x)),\ R(x) \leftrightarrow P(x, f(x)), Q(f(a))\}.$$

1. Defínase razonadamente un modelo M de U cuyo universo sea $|M| = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.
2. Pruébese utilizando un modelo de Herbrand que $U \not\models \forall x\, (R(x) \to Q(x))$.
3. Pruébese mediante resolución que $U \models R(x) \to R(f(x))$.

Ejercicio 3.– [3.5 ptos.]

(a) Hállense formas prenex, de Skolem y clausal de la siguiente fórmula:

$$\forall x\, [\exists z\, P(z) \to Q(x)] \to [\forall z\, A(y,z) \to \exists u\, B(y,u)].$$

(b) Sea $\mathbf{T}$ el siguiente sistema deductivo:

Reglas de Inferencia:

$$(\mathbf{R1})\ \frac{A \to B,\ B \to C}{A \to C} \qquad (\mathbf{R2})\ \frac{A \land B}{A} \qquad (\mathbf{R3})\ \frac{A \land B}{B \land A} \qquad (\mathbf{R4})\ \frac{\neg A \to \neg B}{B \to A}$$

Axiomas: $Ax(\mathbf{T}) = \{F, G\}$, siendo F y G como en el ejercicio 1.

Se pide:

a) Probar que $\vdash_{\mathbf{T}} \neg t \leftrightarrow (\neg t \land p)$.

b) Probar que si $\vdash_{\mathbf{T}} A$ entonces $U \models A$.