

Ejercicio 1.1. (*Formalización del lenguaje natural*) Expresa mediante fórmulas proposicionales las siguientes afirmaciones. En cada caso indíquese el significado que se asigna a las variables proposicionales (p , q , etc.) utilizadas.

1. Cuando la presión atmosférica baja, entonces llueve o nieva.
2. Si has leído los apuntes y has hecho los ejercicios, estás preparado para el examen; en caso contrario, tienes un problema.
3. No habrá cura para el cáncer salvo que se determine su causa y se encuentre un nuevo medicamento.
4. Llegará en el tren de las 8:15 o en el de las 9:15; si llega en el primero, entonces tendrá tiempo para visitarnos.
5. Juan duerme muchas horas y muy profundamente.
6. Mi hermana tiene un gato blanco y negro.

Ejercicio 1.2. (*Formalización del lenguaje natural*) Determina cuál de las siguientes fórmulas representa la proposición “Si Juan ha instalado calefacción central en casa, entonces o ha vendido el coche o no ha pagado la hipoteca”, donde p expresa “Juan ha instalado calefacción central en casa”, q expresa “Juan ha vendido el coche” y r expresa “Juan ha pagado la hipoteca”.

$$p \rightarrow (q \vee r) \quad (p \rightarrow q) \vee \neg r \quad p \rightarrow (q \vee \neg r) \quad (p \vee q) \rightarrow \neg r$$

Traduce al lenguaje natural las restantes fórmulas proposicionales del ejercicio.

Ejercicio 1.3. (*Sintaxis*) Para cada una de las siguientes fórmulas,

$$\neg q \wedge q \vee p \rightarrow r \quad p \rightarrow q \rightarrow \neg r \vee s \vee p$$

- (a) construye el árbol de análisis,
- (b) escribe la fórmula con paréntesis, y
- (c) determina todas sus subfórmulas.

Ejercicio 1.4. (*Cálculo de modelos*) En cada caso, determina todos los modelos de la fórmula proposicional correspondiente:

$$\begin{array}{ll} p \rightarrow (q \rightarrow r \wedge q) & q \rightarrow (p \wedge \neg p) \rightarrow r \\ (p \leftrightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q) \wedge p & (p \wedge r) \vee (\neg p \wedge q) \rightarrow \neg q \end{array}$$

Clasifica las fórmulas anteriores en tautologías, contingentes y contradicciones. ¿Cuáles son satisficibles? ¿Cuáles son insatisficibles?

Ejercicio 1.5. (*Algoritmos para TAUT*) Demuestra que las fórmulas que aparecen en la transparencia 1.18 del tema 1 son tautologías.

Ejercicio 1.6. (*Consecuencia lógica*) Determina cuáles de las siguientes fórmulas son consecuencia lógica de la fórmula $A \wedge B$ y cuáles de $A \vee \neg B$: A , $\neg B \rightarrow A$, $\neg A \vee B$, $B \rightarrow \neg A$

Ejercicio 1.7. (*Consecuencia lógica*) Decide cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas:

$$\begin{array}{ll} \{p \vee q\} \models p \rightarrow q & \{p \rightarrow q, \neg r \rightarrow \neg q\} \models p \rightarrow r \\ \{p \wedge \neg p\} \models r \leftrightarrow r \vee q & \{p \rightarrow q, q \rightarrow p \wedge r\} \models p \rightarrow (p \rightarrow q) \rightarrow r \end{array}$$

Ejercicio 1.8. (*Argumentaciones*) Determina si los siguientes argumentos son lógicamente correctos:

1. Si Juan es comunista, entonces Juan es ateo. Juan es ateo. Por tanto, Juan es comunista.
2. Cuando tanto la temperatura como la presión atmosférica permanecen constantes, no llueve. La temperatura permanece constante. En consecuencia, en caso de que llueva, la presión atmosférica no permanece constante.
3. Siempre que un número x es divisible por 10, acaba en 0. El número x no acaba en 0. Luego, x no es divisible por 10.
4. Para que un número x sea divisible por 5, es necesario que el número acabe en 0. El número x no acaba en 0. Luego, x no es divisible por 5.
5. En cierto experimento, cuando hemos empleado un fármaco A, el paciente ha mejorado considerablemente en el caso, y sólo en el caso, en que no se haya empleado también un fármaco B. Además, o se ha empleado el fármaco A o se ha empleado el fármaco B. En consecuencia, podemos afirmar que si no hemos empleado el fármaco B, el paciente ha mejorado considerablemente.

Ejercicio 1.9. Un rey somete a un prisionero a la siguiente prueba: lo enfrenta a tres puertas, de las que el prisionero debe elegir una, y entrar en la habitación correspondiente. Se informa al prisionero que en dos de las habitaciones hay sendos tigres, y en la otra una dama. Como es natural, el prisionero debe elegir la puerta que le lleva a la dama (entre otras cosas, para no ser devorado por el tigre). Para ayudarle, en cada puerta hay un letrero:

- puerta 1: en esta habitación hay un tigre
- puerta 2: en esta habitación está la dama
- puerta 3: en esta habitación está la dama

El prisionero se da cuenta inmediatamente de que los tres letreros no pueden ser verdaderos, y el rey le informa que al menos uno es falso. Tras pensar unos minutos, el prisionero dice que, con todo, es imposible deducir lógicamente el resultado, pues la dama podría estar en cualquier habitación. Tras comprobar el rey que esto es cierto, le informa que al menos dos letreros son falsos. El prisionero pudo así deducir la puerta correcta.

Se pide establecer una tabla para los valores de verdad de los tres letreros; en base a ella, justificar la historieta anterior, e indicar razonadamente la puerta que eligió el prisionero.