

**Ejercicio 5.1.** Indica cuál de las siguientes pruebas es una prueba correcta en deducción natural de la conjetura  $p \rightarrow q \wedge r \vdash p \rightarrow r$ .

1.  $p \rightarrow q \wedge r$     premisa
2.  $p \rightarrow q$          $\wedge e$  1

1.  $p \rightarrow q \wedge r$     premisa
2.  $p$                      $\rightarrow e$  1
3.  $q$                      $\wedge e$  1
4.  $p \rightarrow q$          $\rightarrow i$  2 – 3

1.  $p \rightarrow q \wedge r$     premisa
2.  $\lceil p$                     suposición
3.  $\mid q \wedge r$              $\rightarrow e$  1, 2
4.  $\mid \lfloor q$                  $\wedge e_1$  3
5.  $p \rightarrow q$          $\rightarrow i$  2 – 4

1.  $p \rightarrow q \wedge r$     premisa
2.  $\lceil p$                     suposición
3.  $\mid \lceil q \wedge r$         suposición
4.  $\mid \lfloor q$                  $\wedge e_1$  3
5.  $\mid q \wedge r \rightarrow q$      $\rightarrow i$  3 – 4
6.  $\mid \lfloor q$                  $\rightarrow e$  5, 3
7.  $p \rightarrow q$          $\rightarrow i$  2 – 7

**Ejercicio 5.2.** Prueba mediante deducción natural las siguientes conjeturas:

1.  $p \wedge (q \wedge r) \vdash (p \wedge q) \wedge r$ .
2.  $p \vee (q \vee r) \vdash (p \vee q) \vee r$ .
3.  $p \leftrightarrow q, q \leftrightarrow r \vdash p \leftrightarrow r$ .
4.  $p \wedge \neg q \rightarrow r, \neg r, p \vdash q$ .
5.  $\neg(p \rightarrow q) \vdash p \wedge \neg q$ .

**Ejercicio 5.3.** Prueba mediante deducción natural los siguientes teoremas:

1.  $\vdash \neg(p \wedge q) \leftrightarrow (\neg p \vee \neg q)$ .
2.  $\vdash ((p \rightarrow q) \rightarrow p) \rightarrow p$ .
3.  $\vdash (p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p)$ .

**Ejercicio 5.4.** Indica para cuáles de las siguientes conjeturas existe una prueba mediante deducción natural.

1.  $p \wedge \neg q \rightarrow r, \neg p, \neg r \vdash q$ .
2.  $p \wedge \neg q \rightarrow r, p, \neg r \vdash q$ .
3.  $p \wedge \neg q \rightarrow r, \neg p, \neg q \vdash \neg r$ .

**Ejercicio 5.5.** Considérese la base de conocimiento del ejercicio 3.3 de la relación del Tema 3. Prueba mediante deducción natural que  $B$  es culpable.