

Soluciones del examen de *Lógica informática*
(Grupo 1) del 5 de Mayo de 2005

José A. Alonso Jiménez

Ejercicio 1 [2.5 puntos] Sea F la fórmula $p \vee q \leftrightarrow \neg r$. Calcular una forma normal conjuntiva de F y, a partir de ella, determinar los contramodelos de F y decidir si F es una tautología.

Solución:

Cálculo de la forma normal conjuntiva:

$$\begin{aligned}
 & p \vee q \leftrightarrow \neg r \\
 \equiv & (p \vee q \rightarrow \neg r) \wedge (\neg r \rightarrow p \vee q) && [\text{por (1)}] \\
 \equiv & (\neg(p \vee q) \vee \neg r) \wedge (\neg \neg r \vee p \vee q) && [\text{por (2)}] \\
 \equiv & ((\neg p \wedge \neg q) \vee \neg r) \wedge (r \vee p \vee q) && [\text{por (3) y (5)}] \\
 \equiv & ((\neg p \vee \neg r) \wedge (\neg q \vee \neg r)) \wedge (r \vee p \vee q) && [\text{por (7)}]
 \end{aligned}$$

Los contramodelos de F son

	p	q	r
v_1	1		1
v_2		1	1
v_3	0	0	0

Por tanto, F no es una tautología.

Ejercicio 2 [2.5 puntos] Decidir, mediante deducción natural, si $\{p \rightarrow r, r \rightarrow \neg q\} \models \neg(p \wedge q)$.

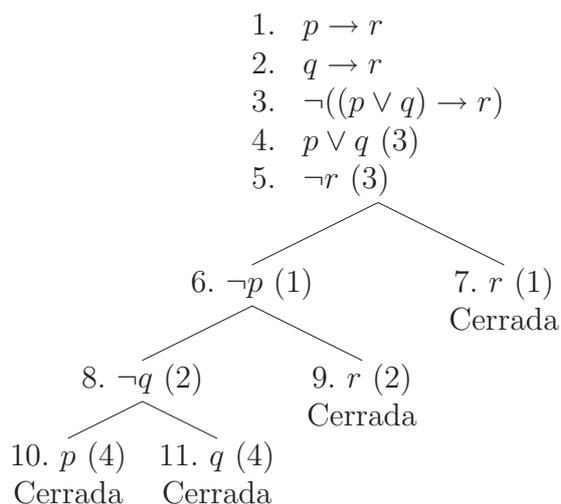
Solución:

1	$p \rightarrow r$	premisa
2	$r \rightarrow \neg q$	premisa
3	$p \wedge q$	supuesto
4	p	$\mathcal{E}_\wedge 3$
5	q	$\mathcal{E}_\wedge 3$
6	r	$\mathcal{E}_\rightarrow 1, 4$
7	$\neg q$	$\mathcal{E}_\rightarrow 2, 6$
8	\perp	$\mathcal{E}_\neg 7, 5$
9	$\neg(p \wedge q)$	$\mathcal{I}_\neg 3 - 8$

Ejercicio 3 [2.5 puntos] Decidir, mediante tableros semánticos, si $\{p \rightarrow r, q \rightarrow r\} \models p \vee q \rightarrow r$

Solución:

El problema se reduce a decidir si $\{p \rightarrow r, q \rightarrow r, \neg(p \vee q \rightarrow r)\}$ es inconsistente; es decir, si tiene un tablero completo cerrado.



Como el tablero completo es cerrado, la relación de consecuencia se verifica.

Ejercicio 4 [2.5 puntos] ¿Es cierto que si $F \rightarrow G$ y F son satisfacibles, entonces G es satisfacible? Si es cierto, dar una explicación. Si no es cierto, dar un contraejemplo.

Solución:

Es falso. Un contraejemplo consiste en $F := p$ y $G := p \wedge \neg p$ ya que entonces $F \rightarrow G$ y F son satisfacibles (con el modelo v tal que $v(p) = 0$) pero G es insatisfacible.