Soluciones del examen de *Lógica informática* (Grupo 2) del 5 de Mayo de 2005

José A. Alonso Jiménez

Grupo de Lógica Computacional
Dpto. de Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial
Universidad de Sevilla
Sevilla, 5 de Mayo de 2005

Ejercicio 1 [2.5 puntos] *Calcular una forma normal conjuntiva de la fórmula F sabiendo que está compuesta con las tres variables p, q y r y que, para toda valoración v, se tiene que*

$$v(F) = \begin{cases} 1, & si\ v(p) = v(\neg q \vee r) \\ 0, & en\ caso\ contrario \end{cases}$$

Solución:

La fórmula F es equivalente a $p \leftrightarrow \neg q \vee r$. Por tanto, el cálculo de una FNC de F es

$$\begin{array}{ll} & p \leftrightarrow \neg q \vee r \\ \equiv & (p \rightarrow \neg q \vee r) \wedge (\neg q \vee r \rightarrow p) \\ \equiv & (\neg p \vee (\neg q \vee r)) \wedge (\neg(\neg q \vee r) \vee p) \\ \equiv & (\neg p \vee \neg q \vee r) \wedge ((\neg\neg q \wedge \neg r) \vee p) \\ \equiv & (\neg p \vee \neg q \vee r) \wedge ((q \wedge \neg r) \vee p) \\ \equiv & (\neg p \vee \neg q \vee r) \wedge (q \vee p) \wedge (\neg r \vee p) \end{array}$$

Una FNC de F es $(\neg p \vee \neg q \vee r) \wedge (q \vee p) \wedge (\neg r \vee p)$.

Ejercicio 2 [2.5 puntos] *Calcular una forma normal disyuntiva de A y una forma normal conjuntiva de $\neg A$ siendo A la fórmula cuya tabla de verdad es*

p	q	r	A
1	1	1	1
1	1	0	0
1	0	1	0
1	0	0	0
0	1	1	0
0	1	0	1
0	0	1	0
0	0	0	0

Solución:

- $FND(A) = (p \wedge q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r)$
- $FNC(\neg A) = (\neg p \vee \neg q \vee \neg r) \wedge (p \vee \neg q \vee r)$

Ejercicio 3 [2.5 puntos] *Decidir, mediante deducción natural, si*
$(p \to q) \land (p \to r) \models p \to (q \land r)$.

Solución:

1	$(p \to q) \land (p \to r)$	premisa
2	p	supuesto
3	$p \to q$	$\mathcal{E}_\land$ 1
4	q	$\mathcal{E}_\to$ 3, 2
5	$p \to r$	$\mathcal{E}_\land$ 1
6	r	$\mathcal{E}_\to$ 5, 3
7	$q \land r$	$\mathcal{I}_\land$ 4, 6
8	$p \to (q \land r)$	$\mathcal{I}_\to$ 3 − 7

Ejercicio 4 [2.5 puntos] *Decidir, mediante tableros semánticos, si*
$(p \to q) \lor (p \to r) \models p \to (q \land r)$.

Solución:

El problema se reduce a decidir si $\{(p \to q) \lor (p \to r), \neg(p \to (q \land r))\}$ es inconsistente.

1. $(p \to q) \lor (p \to r)$
2. $\neg(p \to (q \land r))$
3. p (2)
4. $\neg(q \land r)$ (2)

5. $\neg q$ (2) 6. $\neg r$ (2)

7. $(p \to q)$ (1) 8. $(p \to r)$ (2)

9. $\neg p$ (8) 10. r (8)

Cerrada Abierta

$[p, \neg q, r]$

Por tanto, $(p \to q) \lor (p \to r) \not\models p \to (q \land r)$ y un contramodelo es la interpretación v tal que $v(p) = 1$, $v(q) = 0$ y $v(r) = 1$.