

Soluciones del examen de *Lógica informática*
(Grupo 2) del 5 de Mayo de 2005

José A. Alonso Jiménez

Ejercicio 1 [2.5 puntos] *Calcular una forma normal conjuntiva de la fórmula F sabiendo que está compuesta con las tres variables p , q y r y que, para toda valoración v , se tiene que*

$$v(F) = \begin{cases} 1, & \text{si } v(p) = v(\neg q \vee r) \\ 0, & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

Solución:

La fórmula F es equivalente a $p \leftrightarrow \neg q \vee r$. Por tanto, el cálculo de una FNC de F es

$$p \leftrightarrow \neg q \vee r$$

$$\equiv (p \rightarrow \neg q \vee r) \wedge (\neg q \vee r \rightarrow p)$$

$$\equiv (\neg p \vee (\neg q \vee r)) \wedge (\neg(\neg q \vee r) \vee p)$$

$$\equiv (\neg p \vee \neg q \vee r) \wedge ((\neg\neg q \wedge \neg r) \vee p)$$

$$\equiv (\neg p \vee \neg q \vee r) \wedge ((q \wedge \neg r) \vee p)$$

$$\equiv (\neg p \vee \neg q \vee r) \wedge (q \vee p) \wedge (\neg r \vee p)$$

Una FNC de F es $(\neg p \vee \neg q \vee r) \wedge (q \vee p) \wedge (\neg r \vee p)$.

Ejercicio 2 [2.5 puntos] *Calcular una forma normal disyuntiva de A y una forma normal conjuntiva de $\neg A$ siendo A la fórmula cuya tabla de verdad es*

p	q	r	A
1	1	1	1
1	1	0	0
1	0	1	0
1	0	0	0
0	1	1	0
0	1	0	1
0	0	1	0
0	0	0	0

Solución:

- $FND(A) = (p \wedge q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r)$

- $FNC(\neg A) = (\neg p \vee \neg q \vee \neg r) \wedge (p \vee \neg q \vee r)$

Ejercicio 3 [2.5 puntos] *Decidir, mediante deducción natural, si*
 $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \models p \rightarrow (q \wedge r)$.

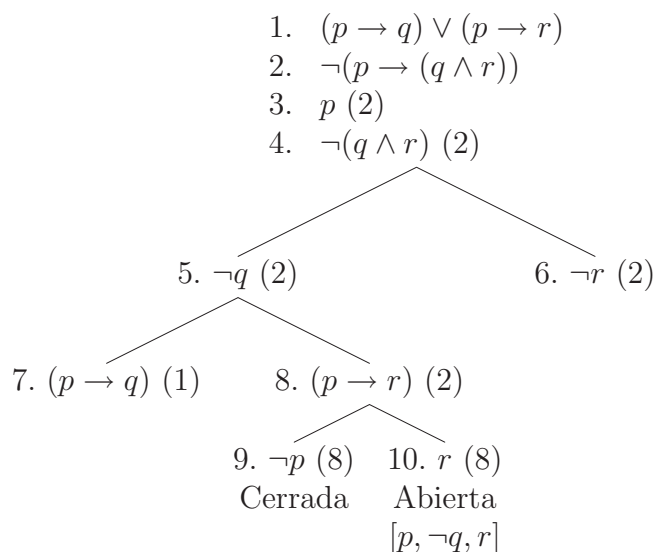
Solución:

1	$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$	premisa
2	p	supuesto
3	$p \rightarrow q$	$\mathcal{E}_{\rightarrow} 1$
4	q	$\mathcal{E}_{\rightarrow} 3, 2$
5	$p \rightarrow r$	$\mathcal{E}_{\rightarrow} 1$
6	r	$\mathcal{E}_{\rightarrow} 5, 3$
7	$q \wedge r$	$\mathcal{I}_{\wedge} 4, 6$
8	$p \rightarrow (q \wedge r)$	$\mathcal{I}_{\rightarrow} 3 - 7$

Ejercicio 4 [2.5 puntos] *Decidir, mediante tableros semánticos, si*
 $(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r) \models p \rightarrow (q \wedge r)$.

Solución:

El problema se reduce a decidir si $\{(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r), \neg(p \rightarrow (q \wedge r))\}$ es inconsistente.



Por tanto, $(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r) \not\models p \rightarrow (q \wedge r)$ y un contraejemplo es la interpretación v tal que $v(p) = 1, v(q) = 0$ y $v(r) = 1$.