

Ejercicio 3.1. (Equivalencia lógica) Para cada uno de los siguientes pares de fórmulas, decide si son o no equivalentes:

1. $A \rightarrow B \rightarrow C$ y $A \wedge B \rightarrow C$
2. $A \rightarrow (B \wedge \neg C)$ y $A \rightarrow B \rightarrow C$
3. $\neg(A \leftrightarrow B)$ y $A \leftrightarrow \neg B$

Ejercicio 3.2. (Equivalencia lógica) Demuestra las equivalencias lógicas que aparecen en la transparencia 2.2 del tema 2.

Ejercicio 3.3. (Formas normales) Para cada una de las siguientes fórmulas, determina si están en FNC, en FND, en ambas o en ninguna de las dos.

1. $(p \vee q) \wedge (r \vee \neg p) \wedge s$.
2. $p \vee q \vee s$.
3. $p \wedge (\neg p \vee q) \wedge (p \rightarrow s)$.
4. $t \vee q \vee r \wedge s$.

Ejercicio 3.4. (Cálculo de formas normales) Para cada una de las siguientes fórmulas

1. $\neg(p \leftrightarrow q \rightarrow r)$.
2. $\neg(p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge q \vee r)$.
3. $(p \rightarrow r \vee s) \wedge (r \rightarrow s) \wedge \neg(p \rightarrow s)$.

(a) Calcula una FNC, decide si es o no una tautología y determina, en su caso, todos sus contramodelos.

(b) Calcula una FND, decide si es o no satisfacible y determina, en su caso, todos sus modelos.

Ejercicio 3.5. (Cálculo de formas normales) Empleando una FNC o bien una FND, según consideres más adecuado, decide cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas:

1. $\{p \leftrightarrow q, q \vee s\} \models s \rightarrow p$.
2. $p \rightarrow q \equiv \neg q \rightarrow \neg p$.

Ejercicio 3.6. (FND y tablas de verdad) Determina una FNC y una FND de la fórmula F cuya tabla de verdad es la siguiente:

p	q	r	F
1	1	1	0
1	1	0	0
1	0	1	1
1	0	0	1
0	1	1	1
0	1	0	0
0	0	1	1
0	0	0	1

Ejercicio 3.7. (Examen diciembre de 2000) Probar, mediante forma normal conjuntiva, que la fórmula

$$(p \rightarrow \neg q \wedge r) \rightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r))$$

es una tautología

Ejercicio 3.8. (Examen de Junio de 2001) Decide, utilizando formas normales, si la fórmula

$$(p \rightarrow \neg(q \rightarrow \neg r)) \wedge (r \rightarrow \neg q)$$

es insatisfactible o una tautología.

Ejercicio 3.9. (Examen de Diciembre de 2003) Utilizando una forma normal, pruébese que

$$\neg(\neg t \leftrightarrow (\neg t \wedge p)) \rightarrow \neg(p \rightarrow \neg t)$$

es satisfactible.

Ejercicio 3.10. (Examen de Septiembre de 2004) Probar, usando formas normales, que la fórmula

$$(E \rightarrow (F \wedge G)) \rightarrow (E \rightarrow F) \vee (E \rightarrow G)$$

es una tautología.