Soluciones del examen de *Lógica informática* (Grupo 1) del 5 de Mayo de 2005

José A. Alonso Jiménez

Grupo de Lógica Computacional
Dpto. de Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial
Universidad de Sevilla
Sevilla, 5 de Mayo de 2005

Ejercicio 1 [2.5 puntos] *Sea F la fórmula $p \lor q \leftrightarrow \neg r$. Calcular una forma normal conjuntiva de F y, a partir de ella, determinar los contramodelos de F y decidir si F es una tautología.*

Solución:

Cálculo de la forma normal conjuntiva:

$$
\begin{array}{lll}
 & p \lor q \leftrightarrow \neg r & \\
\equiv & (p \lor q \to \neg r) \land (\neg r \to p \lor q) & \text{[por (1)]} \\
\equiv & (\neg(p \lor q) \lor \neg r) \land (\neg\neg r \lor p \lor q) & \text{[por (2)]} \\
\equiv & ((\neg p \land \neg q) \lor \neg r) \land (r \lor p \lor q) & \text{[por (3) y (5)]} \\
\equiv & ((\neg p \lor \neg r) \land (\neg q \lor \neg r)) \land (r \lor p \lor q) & \text{[por (7)]}
\end{array}
$$

Los contramodelos de F son

	p	q	r
v_1	1		1
v_2		1	1
v_3	0	0	0

Por tanto, F no es una tautología.

Ejercicio 2 [2.5 puntos] *Decidir, mediante deducción natural, si $\{p \to r, r \to \neg q\} \models \neg(p \land q)$.*

Solución:

1	$p \to r$	premisa
2	$r \to \neg q$	premisa
3	$p \land q$	supuesto
4	p	$\mathcal{E}_\land$ 3
5	q	$\mathcal{E}_\land$ 3
6	r	$\mathcal{E}_\to$ 1, 4
7	$\neg q$	$\mathcal{E}_\to$ 2, 6
8	$\bot$	$\mathcal{E}_\neg$ 7, 5
9	$\neg(p \land q)$	$\mathcal{I}_\neg$ 3 − 8

Ejercicio 3 [2.5 puntos] *Decidir, mediante tableros semánticos, si* $\{p \to r, q \to r\} \models p \lor q \to r$

Solución:

El problema se reduce a decidir si $\{p \to r, q \to r, \neg(p \lor q \to r)\}$ es inconsistente; es decir, si tiene un tablero completo cerrado.

1. $p \to r$
2. $q \to r$
3. $\neg((p \lor q) \to r)$
4. $p \lor q$ (3)
5. $\neg r$ (3)

- 6. $\neg p$ (1)
  - 8. $\neg q$ (2)
    - 10. p (4) Cerrada
    - 11. q (4) Cerrada
  - 9. r (2) Cerrada
- 7. r (1) Cerrada

Como el tablero completo es cerrado, la relación de consecuencia se verifica.

Ejercicio 4 [2.5 puntos] *¿Es cierto que si* $F \to G$ *y* F *son satisfacibles, entonces* G *es satisfacible? Si es cierto, dar una explicación. Si no es cierto, dar un contraejemplo.*

Solución:

Es falso. Un contraejemplo consiste en $F := p$ y $G := p \land \neg p$ ya que entonces $F \to G$ y F son satisfacibles (con el modelo v tal que $v(p) = 0$) pero G es insatisfacible.