**Ejercicio 4.1.** Sea $A$ la fórmula proposicional $p \wedge q \leftrightarrow \neg p \vee r$.

1. Escribir un tablero completo para $A$ y otro para $\neg A$.
2. Describir todos los modelos y todos los contramodelos de la fórmula $A$.
3. Calcular una FNC y una FND de $A$.

**Ejercicio 4.2.** Decidir, mediante tableros semánticos, si:

1. $(p \to q \to r) \leftrightarrow (p \wedge q \to r)$ es una tautología.
2. $\{p \to (q \leftrightarrow r), r\} \models r \to (p \wedge q)$.
3. $\neg r \to \neg p \wedge \neg q \equiv p \vee q \to r \vee s$.

**Ejercicio 4.3. (Examen de diciembre de 2000)** Probar, usando tableros semánticos, que la fórmula

$$(p \to \neg q \wedge r) \to (p \to (q \to r))$$

es una tautología.

**Ejercicio 4.4. (Examen de junio de 2001)** Decidir, usando tableros semánticos, si la fórmula

$$(p \wedge q \leftrightarrow p \vee q) \to (p \to q)$$

es insatisfactible o una tautología.

**Ejercicio 4.5. (Examen de junio de 2001)** Decidir, mediante tableros semánticos, si

$$\{p \vee q \to r \vee s, r \wedge t \to s, r \wedge \neg t \to \neg u\} \models p \to s \vee \neg u$$

**Ejercicio 4.6. (Examen de septiembre de 2001** Probar, mediante tableros semánticos, que la fórmula

$$(p \to r) \to ((q \to r) \to (p \vee q \to r))$$

es una tautología.

**Ejercicio 4.7. (Examen de diciembre de 2001)** Demostrar por el método de tableros semánticos que

$$(p \vee q \leftrightarrow \neg r) \wedge (\neg p \to s) \wedge (\neg t \to q) \wedge (s \wedge t \to u) \models r \to u$$

**Ejercicio 4.8. (Examen de junio de 2002)** Probar, mediante tableros semánticos, que

$$(r \to p) \wedge (\neg r \to q \vee s) \to p \vee q \vee s$$

es una tautología.

**Ejercicio 4.9. (Examen de septiembre de 2002)** Sean $A : \neg r \to s \wedge \neg u$ y $B : (r \vee s) \wedge (u \to r)$. Probar, mediante tableros semánticos que $A$ y $B$ son lógicamente equivalentes.

**Ejercicio 4.10. (Examen 2002–03)** Se considera el conjunto de fórmulas

$$S = \{p \to q, q \leftrightarrow r \wedge s, \neg s \wedge r \to q, \neg q\}$$

1. Probar, mediante tableros semánticos, que $S$ es consistente.
2. Obtener todos los modelos de $S$.

**Ejercicio 4.11. (Examen 2002–03)** Dadas las fórmulas $A : (s \to p) \lor (t \to q)$ y $B : (s \to q) \lor (t \to p)$, se pide

1. Probar que $A \models B$, mediante tableros semánticos.
2. Describir, razonadamente, todos los modelos de $A$ y, a continuación, probar nuevamente que $A \models B$, utilizando la definición de consecuencia lógica.

**Ejercicio 4.12. (Examen 2002–03)** Probar mediante un tablero semántico que

$$(p \to q) \land ((r \to \neg t) \land (q \to r)) \to (p \to \neg t)$$

es una tautología.

**Ejercicio 4.13. (Examen 2003–04)** El ejercicio tiene tres apartados.

(a) Prubar $E \to (F \to G) \not\models (E \to F) \to G$ mediante tableros semánticos.

(b) Describir todos los modelos de $E \to (F \to G)$ que no son modelos de $(E \to F) \to G$.

(c) La fórmula $E \to (F \to G) \to (E \to F) \to G$, ¿es una tautología? Razonar la respuesta.

**Ejercicio 4.14. (Examen 2003–04)** En un texto de Lewis Carroll, el tío Jorge y el tío Jaime discuten acerca de la barbería del pueblo, atendida por tres barberos: Alberto, Benito y Carlos. Los dos tíos aceptan las siguientes premisas:

1. Si Carlos no está en la barbería, entonces ocurrirá que si tampoco está Alberto, Benito tendrá que estar para atender el establecimiento.
2. Si Alberto no está, tampoco estará Benito.

El tío Jorge concluye de todo esto que Carlos no puede estar ausente, mientras que el tío Jaime afirma que sólo puede concluirse que Carlos y Alberto no pueden estar ausentes a la vez. Decidir con el método de los tableros semánticos cuál de los dos tiene razón.

**Ejercicio 4.15. (Examen 2003–04)** Probar que la fórmula

$$(E \to (F \land G)) \to (E \to F) \lor (E \to G)$$

es una tautología por tableros semánticos.

**Ejercicio 4.16. (Examen 2004–05)** Decidir, mediante tableros semánticos, si $\{p \to r, q \to r\} \models p \lor q \to r$

**Ejercicio 4.17. (Examen 2004–05)** Decidir, mediante tableros semánticos, si
$(p \to q) \lor (p \to r) \models p \to (q \land r)$.

**Ejercicio 4.18. (Examen 2004–05)** Decidir, mediante tablero semántico, si

$$\{\neg p \to (q \land r)\} \models q \to p$$

En el caso de que no se verifique, obtener un contramodelo a partir del tablero.

**Ejercicio 4.19. (Examen 2004–05)** Decidir, mediante tablero semántico, si

$$\{\neg p \rightarrow (q \land r)\} \models q \rightarrow p$$

En el caso de que no se verifique, obtener un contramodelo a partir del tablero.

**Ejercicio 4.20. (Examen 2004–05)** Mediante tableros semánticos, determinar cuáles de las siguientes fórmulas son tautologías y calcular una forma normal conjuntiva de las que no lo sean.

1. $((\neg p \rightarrow q) \lor (\neg q \rightarrow r)) \rightarrow (\neg r \rightarrow (p \lor q))$
2. $((\neg p \rightarrow q) \lor (\neg q \rightarrow r)) \rightarrow ((\neg p \lor \neg q) \rightarrow r)$