

Ejercicio 5.1. Indicar en cuáles de los siguientes ejemplos se ha aplicado correctamente la regla de resolución proposicional y en cuáles no. En este último caso, escribir las resolventes correctas.

1. $\{p, q, r, s\}$ es una resolvente de $\{p, q, r\}$ y $\{p, q, s\}$.
2. $\{p\}$ es una resolvente de $\{p, q\}$ y $\{p, \neg q\}$.
3. \square es una resolvente de $\{p, \neg q\}$ y $\{\neg p, q\}$.
4. $\{r, \neg r\}$ es una resolvente de $\{r, \neg r\}$ y $\{r, \neg r\}$.

Ejercicio 5.2. Usando resolución proposicional (traduciendo previamente las fórmulas a conjuntos de cláusulas), demostrar que:

1. $(p \leftrightarrow (q \rightarrow r)) \wedge (p \leftrightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg r)$ es una contradicción.
2. $\{p \rightarrow q, q \rightarrow p \wedge r\} \models p \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow r)$.

Ejercicio 5.3. Usando resolución proposicional, determinar si:

1. $\{p \vee q \vee r, \neg p \vee q, \neg q \vee r, \neg r, p \vee r\}$ es consistente.
2. $\{p \vee q, \neg p \vee \neg q, p \vee \neg q, \neg p \vee q \vee r, \neg r \vee s\}$ es consistente.
3. $\{\neg p \vee \neg q \vee r, p \vee r, q \vee r\} \models r$.

Ejercicio 5.4. Ash, Misty y Brock han organizado una batalla entre sus Pokemon. Se conocen los siguientes datos al respecto:

- (a) Uno, y sólo uno, de los siguientes Pokemon fue el vencedor: Pikachu, Bulbasaur, Togepi, Starmie, Vulpix y Onix.
- (b) Ash ganó la batalla si el Pokemon vencedor fue Pikachu o Bulbasaur.
- (c) Si o bien Togepi o bien Starmie fue el vencedor, Misty ganó la batalla.
- (d) Brock ganó la batalla si el vencedor fue Onix o Vulpix.
- (e) Si Onix fue derrotado, Starmie también.
- (f) Bulbasaur fue derrotado.
- (g) Si Pikachu fue derrotado, entonces Ash no ganó la batalla.
- (h) Brock no ganó la batalla si Bulbasaur fue derrotado.
- (i) Si Vulpix fue derrotado, Togepi y Onix también corrieron la misma suerte.

Se pide:

1. Formalizar los datos anteriores en el lenguaje de la lógica proposicional.
2. Para cada fórmula obtenida, escribir un conjunto de cláusulas equivalente.
3. Usando resolución proposicional, demostrar que Ash fue el ganador.

Ejercicio 5.5. (Examen de diciembre de 2000) Sea $U = \{\neg A_1 \vee \neg B_1 \vee C_2, \neg A_1 \vee B_1, \neg A_2 \vee B_2, A_1, A_2\}$. Probar, mediante resolución lineal, que $U \models C_2$.

Ejercicio 5.6. (Examen de junio de 2001) Decidir, mediante resolución, si la siguiente fórmula es una tautología $(q \rightarrow p \wedge r) \wedge \neg(p \leftrightarrow p \vee q)$

Ejercicio 5.7. (Examen de septiembre de 2001) Probar, por resolución, que la siguiente fórmula es una tautología: $(p \rightarrow r) \rightarrow ((q \rightarrow r) \rightarrow (p \vee q \rightarrow r))$

Ejercicio 5.8. (Examen de diciembre de 2001) Probar por resolución que

$$\{p \vee q \leftrightarrow \neg r, \neg p \rightarrow s, \neg t \rightarrow q, s \wedge t \rightarrow u\} \models r \rightarrow u.$$

Ejercicio 5.9. (Examen de septiembre de 2002) Probar, mediante resolución lineal, que la fórmula

$$\neg r \rightarrow s \wedge \neg u$$

es consecuencia lógica de

$$U = \{q \vee r \vee s, r \rightarrow q \vee t, q \rightarrow \neg p, t \rightarrow u, u \rightarrow \neg s, p\}.$$

Ejercicio 5.10. (Examen de septiembre de 2003) Probar, mediante resolución por entradas, que

$$(s \rightarrow p) \vee (t \rightarrow q) \models (s \rightarrow q) \vee (t \rightarrow p).$$

Ejercicio 5.11. (Examen de diciembre de 2003) Sean F y G las siguientes fórmulas:

$$F : (p \rightarrow q) \wedge ((r \rightarrow \neg t) \wedge (q \rightarrow r))$$

$$G : \neg(\neg t \leftrightarrow (\neg t \wedge p)) \rightarrow \neg(p \rightarrow \neg t)$$

Probar, mediante resolución, que $\{F, G\} \models r \rightarrow p$.

Ejercicio 5.12. (Examen de junio de 2004) Probar, por resolución, que

$$(E \vee F) \rightarrow G \models (E \rightarrow G) \wedge (F \rightarrow G)$$

Ejercicio 5.13. (Examen de septiembre de 2004) Probar, por resolución, la inconsistencia del conjunto

$$\{\neg E \rightarrow F \vee G, E \rightarrow F \vee G, G \rightarrow F, F \rightarrow E, E \rightarrow \neg F\}$$