

# Lógica informática (2011–12)

## Tema 14: Aplicaciones de la lógica proposicional

José A. Alonso Jiménez  
Andrés Cordón Franco  
María J. Hidalgo Doblado

Grupo de Lógica Computacional  
Departamento de Ciencias de la Computación e I.A.  
Universidad de Sevilla

## Tema 14: Aplicaciones de la lógica proposicional

1. El problema de los veraces y los mentirosos
2. El problema de los animales
3. El problema de los trabajos
4. El problema de los cuadrados
5. El problema del coloreado del pentágono
6. El problema del palomar
7. El problema de los rectángulos
8. El problema de las 4 reinas
9. El problema de Ramsey
10. Comparación de los problemas

## Tema 14: Aplicaciones de la lógica proposicional

1. El problema de los veraces y los mentirosos
2. El problema de los animales
3. El problema de los trabajos
4. El problema de los cuadrados
5. El problema del coloreado del pentágono
6. El problema del palomar
7. El problema de los rectángulos
8. El problema de las 4 reinas
9. El problema de Ramsey
10. Comparación de los problemas

## El problema de los veraces y los mentirosos

- ▶ Enunciado: En una isla hay dos tribus, la de los veraces (que siempre dicen la verdad) y la de los mentirosos (que siempre mienten). Un viajero se encuentra con tres isleños A, B y C y cada uno le dice una frase
  - ▶ A dice “B y C son veraces syss C es veraz”
  - ▶ B dice “Si A y B son veraces, entonces B y C son veraces y A es mentiroso”
  - ▶ C dice “B es mentiroso syss A o B es veraz”

Determinar a qué tribu pertenecen A, B y C.

- ▶ Representación:
  - ▶ a, b y c representan que A, B y C son veraces
  - ▶  $\neg a$ ,  $\neg b$  y  $\neg c$  representan que A, B y C son mentirosos

## El problema de los veraces y los mentirosos

- ▶ Idea: las tribus se determinan a partir de los modelos del conjunto de fórmulas correspondientes a las tres frases.

```
?- modelos_conjunto([a <=> (b & c <=> c),  
                    b <=> (a & c => b & c & -a),  
                    c <=> (-b <=> a v b)],  
                    L).  
L = [[ (a, 1), (b, 1), (c, 0)]]
```

- ▶ Solución: A y B son veraces y C es mentiroso.

# Tema 14: Aplicaciones de la lógica proposicional

1. El problema de los veraces y los mentirosos
2. **El problema de los animales**
3. El problema de los trabajos
4. El problema de los cuadrados
5. El problema del coloreado del pentágono
6. El problema del palomar
7. El problema de los rectángulos
8. El problema de las 4 reinas
9. El problema de Ramsey
10. Comparación de los problemas

## El problema de los animales

- ▶ Enunciado: Disponemos de una base de conocimiento compuesta de reglas sobre clasificación de animales y hechos sobre características de un animal.
  - ▶ Regla 1: Si un animal es ungulado y tiene rayas negras, entonces es una cebra.
  - ▶ Regla 2: Si un animal rumia y es mamífero, entonces es ungulado.
  - ▶ Regla 3: Si un animal es mamífero y tiene pezuñas, entonces es ungulado.
  - ▶ Hecho 1: El animal tiene es mamífero.
  - ▶ Hecho 2: El animal tiene pezuñas.
  - ▶ Hecho 3: El animal tiene rayas negras.

Demostrar a partir de la base de conocimientos que el animal es una cebra.

## Ejemplo: El problema de los animales

► Solución:

```
?- es_consecuencia(  
    [es_ungulado & tiene_rayas_negras => es_cebra,  
      rumia & es_mamifero => es_ungulado,  
      es_mamifero & tiene_pezognas => es_ungulado,  
      es_mamifero,  
      tiene_pezognas,  
      tiene_rayas_negras],  
    es_cebra).
```

Yes

## Tema 14: Aplicaciones de la lógica proposicional

1. El problema de los veraces y los mentirosos
2. El problema de los animales
3. El problema de los trabajos
4. El problema de los cuadrados
5. El problema del coloreado del pentágono
6. El problema del palomar
7. El problema de los rectángulos
8. El problema de las 4 reinas
9. El problema de Ramsey
10. Comparación de los problemas

## El problema de los trabajos

- ▶ Enunciado: Juan, Sergio y Carlos trabajan de programador, ingeniero y administrador (aunque no necesariamente en este orden). Juan le debe 1000 euros al programador. La esposa del administrador le ha prohibido a su marido pedir dinero prestado (y éste le obedece). Sergio está soltero. Determinar el trabajo de cada uno.
- ▶ Representación:
  - ▶ cp (Carlos es programador)
  - ▶ ci (Carlos es ingeniero)
  - ▶ ca (Carlos es administrador)
  - ▶ jp (Juan es programador)
  - ▶ ji (Juan es ingeniero)
  - ▶ ja (Juan es administrador)
  - ▶ sp (Sergio es programador)
  - ▶ si (Sergio es ingeniero)
  - ▶ sa (Sergio es administrador).

## El problema de los trabajos

### ► Formalización:

- Juan es programador, ingeniero o administrador:  
 $jp \vee ji \vee ja$
- Sergio es programador, ingeniero o administrador:  
 $sp \vee si \vee sa$
- Carlos es programador, ingeniero o administrador:  
 $cp \vee ci \vee ca$
- No hay más de un programador:  
 $(jp \ \& \ -sp \ \& \ -cp) \vee (-jp \ \& \ sp \ \& \ -cp) \vee (-jp \ \& \ -sp \ \& \ cp)$
- No hay más de un ingeniero:  
 $(ji \ \& \ -si \ \& \ -ci) \vee (-ji \ \& \ si \ \& \ -ci) \vee (-ji \ \& \ -si \ \& \ ci)$
- No hay más de un administrador:  
 $(ja \ \& \ -sa \ \& \ -ca) \vee (-ja \ \& \ sa \ \& \ -ca) \vee (-ja \ \& \ -sa \ \& \ ca)$
- Juan le debe 1000 pesetas al programador. [Luego, Juan no es el programador]:  
 $\neg jp$
- La esposa del administrador le ha prohibido a su marido pedir dinero prestado (y éste le obedece). [Luego, Juan no es el administrador]:  
 $\neg ja$
- Sergio está soltero. [Luego, no es el administrador]:  
 $\neg sa$

## El problema de los trabajos (Solución)

```

modelos_conjunto(
  [jp v ji v ja,
   sp v si v sa,
   cp v ci v ca,
   (jp & -sp & -cp) v (-jp & sp & -cp) v (-jp & -sp & cp),
   (ji & -si & -ci) v (-ji & si & -ci) v (-ji & -si & ci),
   (ja & -sa & -ca) v (-ja & sa & -ca) v (-ja & -sa & ca),
   -jp,
   -ja,
   -sa],
  L).
L = [[(ca,1),(ci,0),(cp,0),
      (ja,0),(ji,1),(jp,0),
      (sa,0),(si,0),(sp,1)]]].

```

- Conclusión: Carlos es administrador, Juan es ingeniero y Sergio es programador.

## Tema 14: Aplicaciones de la lógica proposicional

1. El problema de los veraces y los mentirosos
2. El problema de los animales
3. El problema de los trabajos
- 4. El problema de los cuadrados**
5. El problema del coloreado del pentágono
6. El problema del palomar
7. El problema de los rectángulos
8. El problema de las 4 reinas
9. El problema de Ramsey
10. Comparación de los problemas

## El problema de los cuadrados

- Enunciado: Existe nueve símbolos proposicionales que se pueden ordenar en un cuadrado. Se sabe que existe alguna letra tal que para todos los números las fórmulas son verdaderas (es decir, existe una fila de fórmulas verdaderas). El objetivo de este ejercicio demostrar que para cada número existe una letra cuya fórmula es verdadera (es decir, en cada columna existe una fórmula verdadera).

a1	a2	a3
b1	b2	b3
c1	c2	c3

## El problema de los cuadrados

► Solución:

```
?- es_tautología((a1 & a2 & a3) v
                  (b1 & b2 & b3) v
                  (c1 & c2 & c3)
                  =>
                  (a1 v b1 v c1) &
                  (a2 v b2 v c2) &
                  (a3 v b3 v c3)).
```

Yes

## Tema 14: Aplicaciones de la lógica proposicional

1. El problema de los veraces y los mentirosos
2. El problema de los animales
3. El problema de los trabajos
4. El problema de los cuadrados
5. **El problema del coloreado del pentágono**
6. El problema del palomar
7. El problema de los rectángulos
8. El problema de las 4 reinas
9. El problema de Ramsey
10. Comparación de los problemas

## El problema del coloreado del pentágono (con dos colores)

- ▶ Enunciado: Demostrar que es imposible colorear los vértices de un pentágono de rojo o azul de forma que los vértices adyacentes tengan colores distintos.
- ▶ Representación:
  - ▶ 1, 2, 3, 4, 5 representan los vértices consecutivos del pentágono
  - ▶  $r_i$  ( $1 \leq i \leq 5$ ) representa que el vértice  $i$  es rojo
  - ▶  $a_i$  ( $1 \leq i \leq 5$ ) representa que el vértice  $i$  es azul

## El problema del coloreado del pentágono (con 2 colores)

► Solución:

```
?- inconsistente(  
    [% El vértice i (1 <= i <= 5) es azul o rojo:  
     a1 v r1, a2 v r2, a3 v r3, a4 v r4, a5 v r5,  
  
     % Un vértice no puede tener dos colores:  
     a1 => -r1, r1 => -a1, a2 => -r2, r2 => -a2, a3 => -r3,  
     r3 => -a3, a4 => -r4, r4 => -a4, a5 => -r5, r5 => -a5,  
  
     % Dos vértices adyacentes no pueden ser azules:  
     -(a1 & a2), -(a2 & a3), -(a3 & a4), -(a4 & a5), -(a5 & a1),  
  
     % Dos vértices adyacentes no pueden ser rojos:  
     -(r1 & r2), -(r2 & r3), -(r3 & r4), -(r4 & r5), -(r5 & r1)]).  
Yes
```

## El problema del coloreado del pentágono (con tres colores)

- ▶ Enunciado: Demostrar que es posible colorear los vértices de un pentágono de rojo, azul o negro de forma que los vértices adyacentes tengan colores distintos.
- ▶ Solución:

```
?- modelo_conjunto(I,
    [% El vértice i (1 <= i <= 5) azul, rojo o negro:
     a1 v r1 v n1, a2 v r2 v n2, a3 v r3 v n3, a4 v r4 v n4, a5 v r5 v n5,

     % Un vértice no puede tener dos colores:
     a1 => -r1 & -n1, r1 => -a1 & -n1, n1 => -a1 & -r1,
     a2 => -r2 & -n2, r2 => -a2 & -n2, n2 => -a2 & -r2,
     a3 => -r3 & -n3, r3 => -a3 & -n3, n3 => -a3 & -r3,
     a4 => -r4 & -n4, r4 => -a4 & -n4, n4 => -a4 & -r4,
     a5 => -r5 & -n5, r5 => -a5 & -n5, n5 => -a5 & -r5,
```

## El problema del coloreado del pentágono (con tres colores)

### ► Solución (cont.)

```

% Dos vértices adyacentes no pueden ser azules:
-(a1 & a2), -(a2 & a3), -(a3 & a4), -(a4 & a5), -(a5 & a1),

% Dos vértices adyacentes no pueden ser rojos:
-(r1 & r2), -(r2 & r3), -(r3 & r4), -(r4 & r5), -(r5 & r1),

% Dos vértices adyacentes no pueden ser negros:
-(n1 & n2), -(n2 & n3), -(n3 & n4), -(n4 & n5), -(n5 & n1)].

```

```

I = [ (a1,0), (a2,0), (a3,0), (a4,0), (a5,1),
      (n1,0), (n2,1), (n3,0), (n4,1), (n5,0),
      (r1,1), (r2,0), (r3,1), (r4,0), (r5,0)].

```

- Conclusión: colorear el vértice 1 de rojo, el 2 de negro, el 3 de rojo, el 4 de negro y el 5 de azul.

## Tema 14: Aplicaciones de la lógica proposicional

1. El problema de los veraces y los mentirosos
2. El problema de los animales
3. El problema de los trabajos
4. El problema de los cuadrados
5. El problema del coloreado del pentágono
- 6. El problema del palomar**
7. El problema de los rectángulos
8. El problema de las 4 reinas
9. El problema de Ramsey
10. Comparación de los problemas

## El problema del palomar

- ▶ Enunciado: Cuatro palomas comparten tres huecos. Demostrar que dos palomas tienen que estar en la misma hueco.
- ▶ Representación:  $p_{ihj}$  ( $i \in \{1, 2, 3, 4\}$  y  $j \in \{1, 2, 3\}$ ) representa que la paloma  $i$  está en el hueco  $j$ .

## El problema del palomar

► Solución:

```
?- inconsistente([
    % La paloma i está en alguna hueco:
    p1h1 v p1h2 v p1h3, p2h1 v p2h2 v p2h3,
    p3h1 v p3h2 v p3h3, p4h1 v p4h2 v p4h3,

    % No hay dos palomas en el hueco 1:
    -p1h1 v -p2h1, -p1h1 v -p3h1, -p1h1 v -p4h1,
    -p2h1 v -p3h1, -p2h1 v -p4h1, -p3h1 v -p4h1,

    % No hay dos palomas en el hueco 2:
    -p1h2 v -p2h2, -p1h2 v -p3h2, -p1h2 v -p4h2,
    -p2h2 v -p3h2, -p2h2 v -p4h2, -p3h2 v -p4h2,

    % No hay dos palomas en el hueco 3:
    -p1h3 v -p2h3, -p1h3 v -p3h3, -p1h3 v -p4h3,
    -p2h3 v -p3h3, -p2h3 v -p4h3, -p3h3 v -p4h3]).
```

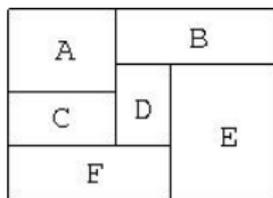
Yes

# Tema 14: Aplicaciones de la lógica proposicional

1. El problema de los veraces y los mentirosos
2. El problema de los animales
3. El problema de los trabajos
4. El problema de los cuadrados
5. El problema del coloreado del pentágono
6. El problema del palomar
- 7. El problema de los rectángulos**
8. El problema de las 4 reinas
9. El problema de Ramsey
10. Comparación de los problemas

## El problema de los rectángulos

- ▶ Enunciado: Un rectángulo se divide en seis rectángulos menores como se indica en la figura. Demostrar que si cada una de los rectángulos menores tiene un lado cuya medida es un número entero, entonces la medida de alguno de los lados del rectángulo mayor es un número entero.



- ▶ Representación
  - ▶ base: la base del rectángulo mayor es un número entero
  - ▶ altura: la altura del rectángulo mayor es un número entero
  - ▶ base\_x: la base del rectángulo X es un número entero
  - ▶ altura\_x: la altura del rectángulo X es un número entero

## El problema de los rectángulos

► Solución:

```
?- es_consecuencia(  
    [base_a v altura_a, base_b v altura_b,  
     base_c v altura_c, base_d v altura_d,  
     base_e v altura_e, base_f v altura_f,  
     base_a <=> base_c,  
     base_a & base_d => base_f,  
     base_f & base_a => base_d,  
     base_f & base_d => base_a,  
     base_d & base_e => base_b,  
     base_b & base_d => base_e,  
     base_b & base_e => base_d,  
     base_a & base_b => base,  
     base  & base_a => base_b,  
     base  & base_b => base_a,  
     base_a & base_d & base_e => base,  
     base  & base_a & base_d => base_e,  
     base  & base_a & base_e => base_d,  
     base  & base_d & base_e => base_a,  
     base_f & base_e => base,  
     base  & base_f => base_e,  
     base  & base_e => base_f,
```

## El problema de los rectángulos

► Solución (cont.):

```

altura_d & altura_f => altura_e,
altura_e & altura_d => altura_f,
altura_e & altura_f => altura_d,
altura_a & altura_c & altura_f => altura,
altura  & altura_a & altura_c => altura_f,
altura  & altura_a & altura_f => altura_c,
altura  & altura_c & altura_f => altura_a,
altura_b & altura_d & altura_f => altura,
altura  & altura_b & altura_d => altura_f,
altura  & altura_b & altura_f => altura_d,
altura  & altura_d & altura_f => altura_b,
altura_b & altura_e => altura,
altura  & altura_b => altura_e,
altura  & altura_e => altura_b],
base v altura).

```

Yes

## Tema 14: Aplicaciones de la lógica proposicional

1. El problema de los veraces y los mentirosos
2. El problema de los animales
3. El problema de los trabajos
4. El problema de los cuadrados
5. El problema del coloreado del pentágono
6. El problema del palomar
7. El problema de los rectángulos
- 8. El problema de las 4 reinas**
9. El problema de Ramsey
10. Comparación de los problemas

## El problema de las 4 reinas

- ▶ Enunciado: Calcular las formas de colocar 4 reinas en un tablero de 4x4 de forma que no haya más de una reina en cada fila, columna o diagonal.
- ▶ Representación:  $c_{ij}$  ( $1 \leq i, j \leq 4$ ) indica que hay una reina en la fila  $i$  columna  $j$ .

## El problema de las 4 reinas

► Solución:

```
?- modelos_conjunto([
    % En cada fila hay una reina:
    c11 v c12 v c13 v c14, c21 v c22 v c23 v c24,
    c31 v c32 v c33 v c34, c41 v c42 v c43 v c44,
    % Si en una casilla hay reina, entonces no hay más reinas en sus líneas:
    c11 => (-c12 & -c13 & -c14) & (-c21 & -c31 & -c41) & (-c22 & -c33 & -c44),
    c12 => (-c11 & -c13 & -c14) & (-c22 & -c32 & -c42) & (-c21 & -c23 & -c34),
    c13 => (-c11 & -c12 & -c14) & (-c23 & -c33 & -c43) & (-c31 & -c22 & -c24),
    c14 => (-c11 & -c12 & -c13) & (-c24 & -c34 & -c44) & (-c23 & -c32 & -c41),
    c21 => (-c22 & -c23 & -c24) & (-c11 & -c31 & -c41) & (-c32 & -c43 & -c12),
    c22 => (-c21 & -c23 & -c24) & (-c12 & -c32 & -c42) & (-c11 & -c33 & -c44)
        & (-c13 & -c31),
    c23 => (-c21 & -c22 & -c24) & (-c13 & -c33 & -c43) & (-c12 & -c34)
        & (-c14 & -c32 & -c41),
    c24 => (-c21 & -c22 & -c23) & (-c14 & -c34 & -c44) & -c13 & (-c33 & -c42),
    c31 => (-c32 & -c33 & -c34) & (-c11 & -c21 & -c41) & -c42 & (-c13 & -c22),
    c32 => (-c31 & -c33 & -c34) & (-c12 & -c22 & -c42) & (-c21 & -c43)
        & (-c14 & -c23 & -c41),
```

## El problema de las 4 reinas

### ► Solución:

$$\begin{aligned}
 c33 &\Rightarrow (-c31 \ \& \ -c32 \ \& \ -c34) \ \& \ (-c13 \ \& \ -c23 \ \& \ -c43) \ \& \ (-c11 \ \& \ -c22 \ \& \ -c44) \\
 &\quad \& \ (-c24 \ \& \ -c42), \\
 c34 &\Rightarrow (-c31 \ \& \ -c32 \ \& \ -c33) \ \& \ (-c14 \ \& \ -c24 \ \& \ -c44) \ \& \ (-c12 \ \& \ -c23 \ \& \ -c43), \\
 c41 &\Rightarrow (-c42 \ \& \ -c43 \ \& \ -c44) \ \& \ (-c11 \ \& \ -c21 \ \& \ -c31) \ \& \ (-c14 \ \& \ -c23 \ \& \ -c32), \\
 c42 &\Rightarrow (-c41 \ \& \ -c43 \ \& \ -c44) \ \& \ (-c12 \ \& \ -c22 \ \& \ -c32) \ \& \ (-c31 \ \& \ -c24 \ \& \ -c33), \\
 c43 &\Rightarrow (-c41 \ \& \ -c42 \ \& \ -c44) \ \& \ (-c13 \ \& \ -c23 \ \& \ -c33) \ \& \ (-c21 \ \& \ -c32 \ \& \ -c34), \\
 c44 &\Rightarrow (-c41 \ \& \ -c42 \ \& \ -c43) \ \& \ (-c14 \ \& \ -c24 \ \& \ -c34) \ \& \ (-c11 \ \& \ -c22 \ \& \ -c33)], \\
 L),
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 L = & [[(c11,0), (c12,0), (c13,1), (c14,0), (c21,1), (c22,0), (c23,0), (c24,0), \\
 & (c31,0), (c32,0), (c33,0), (c34,1), (c41,0), (c42,1), (c43,0), (c44,0)], \\
 & [(c11,0), (c12,1), (c13,0), (c14,0), (c21,0), (c22,0), (c23,0), (c24,1), \\
 & (c31,1), (c32,0), (c33,0), (c34,0), (c41,0), (c42,0), (c43,1), (c44,0)]]
 \end{aligned}$$

### ► Conclusión: Gráficamente los modelos son

		R	
R			
			R
	R		

	R		
			R
R			
		R	

## Tema 14: Aplicaciones de la lógica proposicional

1. El problema de los veraces y los mentirosos
2. El problema de los animales
3. El problema de los trabajos
4. El problema de los cuadrados
5. El problema del coloreado del pentágono
6. El problema del palomar
7. El problema de los rectángulos
8. El problema de las 4 reinas
9. El problema de Ramsey
10. Comparación de los problemas

## El problema de Ramsey

- ▶ Enunciado: Probar el caso más simple del teorema de Ramsey: entre seis personas siempre hay (al menos) tres tales que cada una conoce a las otras dos o cada una no conoce a ninguna de las otras dos.
- ▶ Representación:
  - ▶ 1,2,3,4,5,6 representan a las personas
  - ▶  $p_{ij}$  ( $1 \leq i < j \leq 6$ ) indica que las personas  $i$  y  $j$  se conocen.

## El problema de Ramsey

► Solución:

```
?- es_tautología(
% Hay 3 personas que se conocen entre ellas:
(p12 & p13 & p23) v (p12 & p14 & p24) v (p12 & p15 & p25) v (p12 & p16 & p26) v
(p13 & p14 & p34) v (p13 & p15 & p35) v (p13 & p16 & p36) v (p14 & p15 & p45) v
(p14 & p16 & p46) v (p15 & p16 & p56) v (p23 & p24 & p34) v (p23 & p25 & p35) v
(p23 & p26 & p36) v (p24 & p25 & p45) v (p24 & p26 & p46) v (p25 & p26 & p56) v
(p34 & p35 & p45) v (p34 & p36 & p46) v (p35 & p36 & p56) v (p45 & p46 & p56) v

% Hay 3 personas tales que cada una desconoce a las otras dos:
(-p12 & -p13 & -p23) v (-p12 & -p14 & -p24) v
(-p12 & -p15 & -p25) v (-p12 & -p16 & -p26) v
(-p13 & -p14 & -p34) v (-p13 & -p15 & -p35) v
(-p13 & -p16 & -p36) v (-p14 & -p15 & -p45) v
(-p14 & -p16 & -p46) v (-p15 & -p16 & -p56) v
(-p23 & -p24 & -p34) v (-p23 & -p25 & -p35) v
(-p23 & -p26 & -p36) v (-p24 & -p25 & -p45) v
(-p24 & -p26 & -p46) v (-p25 & -p26 & -p56) v
(-p34 & -p35 & -p45) v (-p34 & -p36 & -p46) v
(-p35 & -p36 & -p56) v (-p45 & -p46 & -p56)).
Yes
```

# Tema 14: Aplicaciones de la lógica proposicional

1. El problema de los veraces y los mentirosos
2. El problema de los animales
3. El problema de los trabajos
4. El problema de los cuadrados
5. El problema del coloreado del pentágono
6. El problema del palomar
7. El problema de los rectángulos
8. El problema de las 4 reinas
9. El problema de Ramsey
10. Comparación de los problemas

## Comparación de los problemas

Problema	Símbolos	Inferencias	Tiempo
mentirosos	3	646	0.00
animales	6	4,160	0.00
trabajos	9	71,044	0.07
cuadrados	9	56,074	0.06
pentágono_3	15	117,716	0.13
palomar	12	484,223	0.50
rectángulos	14	1,026,502	1.08
4 reinas	16	15,901,695	19.90
Ramsey	15	29,525,686	44.27

## Bibliografía

- ▶ Alonso, J.A. y Borrego, J. *Deducción automática (Vol. 1: Construcción lógica de sistemas lógicos)* (Ed. Kronos, 2002)
  - ▶ Cap. 3: Elementos de lógica proposicional
- ▶ Ben-Ari, M. *Mathematical Logic for Computer Science (2nd ed.)* (Springer, 2001)
  - ▶ Cap. 2: Propositional Calculus: Formulas, Models, Tableaux
- ▶ Fitting, M. *First-Order Logic and Automated Theorem Proving (2nd ed.)* (Springer, 1995)
- ▶ Nerode, A. y Shore, R.A. *Logic for Applications* (Springer, 1997)