

Apellidos:**Nombre:****Grupo:**

Ejercicio 1 [2 puntos] Decidir, mediante tableros semánticos, si la fórmula

$$F : (p \rightarrow q \vee r) \rightarrow \neg p \wedge r$$

es tautología. Si no lo es, calcular a partir del tablero, un modelo de la fórmula $\neg F$, una forma normal conjuntiva de F y una forma clausal de F .

Ejercicio 2 [2 puntos] Demostrar por deducción natural:

1. $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \vdash (p \vee q) \rightarrow r$
 2. $\forall x \forall y [P(y) \rightarrow Q(x)] \vdash \exists y P(y) \rightarrow \forall x Q(x)$
-

Ejercicio 3 [2 puntos] Se considera el siguiente argumento

- Todo segmento es congruente a sí mismo.
- Dados tres segmentos cualesquiera, si el primero es congruente al tercero y segundo es congruente al tercero, entonces el primero es congruente al segundo.
- Por tanto, hay al menos dos segmentos que no son congruentes entre sí.

Se pide:

1. Formalizar el argumento usando $R(x, y)$ para representar que x es congruente con y .
 2. Decidir por resolución si el argumento es válido y dar un contramodelo en el caso de que no lo sea.
-

Ejercicio 4 [2 puntos] Demostrar por resolución lineal

1. $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \vdash (p \vee q) \rightarrow r$
 2. $\forall x \forall y [P(y) \rightarrow Q(x)] \vdash \exists y P(y) \rightarrow \forall x Q(x)$
-

Ejercicio 5 [2 puntos] Sea F la fórmula $\forall x (f(x) \neq x \wedge f(f(x)) = x)$

1. ¿Tiene la fórmula F algún modelo? Si lo tiene mostrar uno.
 2. ¿Tiene la fórmula F algún modelo de Herbrand? Si lo tiene mostrar uno.
 3. ¿Existe alguna cláusula de primer orden sin igualdad que tenga modelo y no tenga modelo de Herbrand?
-