

**Ejercicio 1** [2,5 puntos] *Determinar, por el método de Quine, si la siguiente fórmula es tautología, contingente, contradicción, satisfacible o insatisfacible.*

$$(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow ((p \vee q) \rightarrow r)$$

**Solución:**

Usando el método de Quine

$$(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow ((p \vee q) \rightarrow r)$$

				0							
			1							0	
	1		1				1		0	0	
	1	0	1		1	0	0		1	0	0
0	1	0	1	0	1	0	0		1	0	0
0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0
0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0

\*

Por tanto, la fórmula es una tautología, no es contingente y es satisfacible.

**Ejercicio 2** [2,5 puntos] *Decidir si el siguiente conjunto de fórmula es consistente:*

$$\{p \rightarrow q \wedge r, q \rightarrow \neg r, p\}$$

**Solución:**

El conjunto es inconsistente ya que si fuera consistente tendría un modelo  $I$ , pero entonces

$$\{p \rightarrow q \wedge r, q \rightarrow \neg r, p\}$$

											1
	1									1	1
1	1									1	1
1	1		1							1	1
1	1	1	1	1						1	1
1	1	1	1	1	1	1				1	1
1	1	1	1	1	1	1	1		0	1	1
1	1	1	1	1	1	1	0		0	1	1

\*

**Ejercicio 3** [2,5 puntos] *Demostrar mediante deducción natural*

$$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \models p \rightarrow (q \wedge r)$$

**Solución:**

1	$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$	premisa
2	$p$	supuesto
3	$p \rightarrow q$	$\wedge e$ 1
4	$q$	$\rightarrow e$ 3, 2
5	$p \rightarrow r$	$\wedge e$ 1
6	$r$	$\rightarrow e$ 5, 3
7	$q \wedge r$	$\wedge i$ 4, 6
8	$p \rightarrow (q \wedge r)$	$\rightarrow i$ 3 – 7

---

**Ejercicio 4** [2,5 puntos] *Decidir razonadamente si las siguientes afirmaciones son correctas:*

1. *Si  $F$  y  $G$  son contingentes, entonces  $F \wedge G$  es contingente.*
2. *Si  $F \wedge G$  es contingente, entonces  $F$  es contingente o  $G$  es contingente.*

---

**Solución:**

**Solución de apartado 1:** La proposición es falsa. Sea  $F$  la fórmula  $p$ , entonces  $F$  es contingente (ya que se verifica si  $I(p) = 1$  y no se verifica si  $I'(p) = 0$ ), Sea  $G$  la fórmula  $\neg p$ , entonces  $G$  es contingente (análogamente). En cambio,  $F \wedge G$  es una contradicción y, por tanto, no es contingente.

**Solución de apartado 2:** La proposición es cierta. Ya que si  $F$  y  $G$  no son contingentes entonces son tautologías o contradicciones. Pueden darse dos casos.

- Caso 1:  $F$  y  $G$  son tautología. Entonces  $F \wedge G$  es una tautología.
- Caso 2:  $F$  ó  $G$  es una contradicción. Entonces  $F \wedge G$  es una contradicción.

En ninguno de los dos casos se tiene que  $F \wedge G$  es contingente.