Lógica Informática (Grupo 3) **(18 de enero de 2012)**

Apellidos:

Nombre: **Grupo:**

Ejercicio 1 [2 puntos] Demuestra usando deducción natural que:

$$\{\exists y\, \forall x\, P(x,y),\ \forall x\, \forall y\, (\neg Q(x,y) \to \neg P(x,y))\} \models \forall x\, \exists y\, Q(x,y).$$

Ejercicio 2 [3 puntos] Usando tableros semánticos, decide si:

1. $(p \vee q \to r) \to ((p \to r) \wedge (q \to r))$ es una tautología.
2. $\exists x\, (P(x) \to Q(x)) \to (\exists x\, P(x) \to \exists x\, Q(x))$ es lógicamente válida.

En caso negativo, obtén un contramodelo a partir del tablero.

Ejercicio 3 [3 puntos] Decide usando resolución si:

$$\{\forall x\, \exists y\, (P(x,y) \wedge Q(x,y)),\ \forall x\, \forall y\, (Q(x,y) \to R(x,y))\} \models \forall x\, \exists y\, (P(x,y) \wedge R(x,y)).$$

En caso negativo, obtén un contramodelo a partir de la resolución.

Ejercicio 4 [2 puntos]

1. Un tren consta de n vagones con m asientos cada uno. Usando las variables proposicionales $p_{i,j}$ para significar que el asiento i del vagón j está ocupado, escribe fórmulas de la lógica proposicional en Forma Normal Conjuntiva que expresen los hechos:
   (a) Ningún vagón está vacío.
   (b) No hay dos vagones consecutivos complementamente ocupados.
2. Usando los símbolos $C(x) \equiv x$ *es culto* y $A(x,y) \equiv x$ *admira a* y, formaliza los siguientes hechos en la lógica de primer orden:
   (a) Ningún culto admira a todo el mundo.
   (b) Todos los cultos admiran a alguien.
