Lógica Informática **(1 de septiembre de 2011)**

Apellidos:

Nombre: **Grupo:**

Ejercicio 1 [1.5 puntos] Demuestra, usando las reglas de deducción natural, que:

$$\{\forall x\,(P(x) \to Q(x)),\ \forall y\,(Q(y) \to R(y))\} \models \exists z\,P(z) \to \exists z\,R(z).$$

Ejercicio 2 [2.5 puntos] Decide, usando un tablero semántico, si las siguientes relaciones de consecuencia lógica son o no ciertas.

1. $p \to q \to r \models r \to q \to p$.
2. $\{\forall x\,(P(x) \to Q(x)),\ \exists x\,P(x)\} \models \neg\exists x\,\neg Q(x)$.

En caso de que no lo sean, obtén del tablero un contramodelo que lo justifique.

Ejercicio 3 [2.5 puntos] Decide, usando el método de resolución, si:

$$\models \forall z\,\exists x\,\forall y\,[(P(y) \to Q(z)) \to (P(x) \to Q(x))].$$

En caso negativo, obtén un contramodelo que lo justifique.

Ejercicio 4 [3.5 puntos]

1. Formaliza las siguientes frases.

   $F1$: Ana tiene por lo menos dos hermanos.

   $F2$: Ana tiene a lo sumo dos hermanos.

   $F3$: Ana tiene una única madre.

   $F4$: Hay quien no tiene hermanos.

   Para ello, utiliza el lenguaje de primer orden que contiene los siguientes símbolos propios: $H(x,y)$ que significa que x es hermano de y, $M(x,y)$ que significa que x es madre de y, la constante a que representa a Ana.

2. Decide, usando alguno de los métodos estudiados en la asignatura, si las siguientes relaciones de consecuencia lógica son o no ciertas:

   (a) $\exists y\,\forall x\,P(f(x),y) \models \forall x\,\exists y\,P(x,y)$.
   (b) $\exists y\,\forall x\,P(x,f(y)) \models \forall x\,\exists y\,P(x,y)$.

   En caso negativo, obtén un contramodelo que lo justifique.

(*Fin*)