Lógica informática (2015–16)

Tema 9: Tableros semánticos

José A. Alonso Jiménez
Andrés Cordón Franco
María J. Hidalgo Doblado

Grupo de Lógica Computacional
Departamento de Ciencias de la Computación e I.A.
Universidad de Sevilla

Tema 9: Tableros semánticos

1. Fórmulas gamma y delta

2. Consecuencia mediante tableros semánticos

Tema 9: Tableros semánticos

1. Fórmulas gamma y delta

2. Consecuencia mediante tableros semánticos

Fórmulas gamma y delta

- Un término es básico si no contiene variables.
- Las fórmulas gamma, junto con sus componentes, son

$\forall x\ F$	$F[x/t]$	(con t un término básico)
$\neg\exists x\ F$	$\neg F[x/t]$	(con t un término básico)

- Las fórmulas delta, junto con sus componentes, son

$\exists x\ F$	$F[x/a]$	(con a una nueva constante)
$\neg\forall x\ F$	$\neg F[x/a]$	(con a una nueva constante)

Tema 9: Tableros semánticos

1. Fórmulas gamma y delta
2. Consecuencia mediante tableros semánticos

Ejemplo de consecuencia mediante tableros semánticos

$\{\forall x\ [P(x) \rightarrow Q(x)], \exists x\ P(x)\} \vdash_{Tab} \exists x\ Q(x)$

1 $\forall x\ [P(x) \rightarrow Q(x)]$
2 $\exists x\ P(x)$
3 $\neg\exists x\ Q(x)$
4 $P(a)$ (2)
5 $P(a) \rightarrow Q(a)$ (1)

6 $\neg P(a)$ (5)	7 $Q(a)$ (5)
	8 $\neg Q(a)$ (3)
Cerrada (6 y 4)	Cerrada (8 y 7)

Ejemplo de consecuencia mediante tableros semánticos

$\{\forall x\ [P(x) \to Q(x)], \forall x\ [Q(x) \to R(x)]\} \vdash_{Tab} \forall x\ [P(x) \to R(x)]$

1 $\forall x\ [P(x) \to Q(x)]$
2 $\forall x\ [Q(x) \to R(x)]$
3 $\neg\forall x\ [P(x) \to R(x)]$
4 $\neg(P(a) \to R(a))$ (3)
5 $P(a)$ (4)
6 $\neg R(a)$ (4)
7 $P(a) \to Q(a)$ (1)
8 $Q(a) \to R(a)$ (2)

9 $\neg P(a)$ (7)
Cerrada (9, 5)

10 $Q(a)$ (7)

11 $\neg Q(a)$ (8)
Cerrada (11, 10)

12 $R(a)$ (8)
Cerrada (12, 6)

Ejemplo de no consecuencia mediante tablero

$\forall x\ [P(x) \lor Q(x)] \not\models \forall x\ P(x) \lor \forall x\ Q(x)$

1 $\forall x\ [P(x) \lor Q(x)]$
2 $\neg(\forall x\ P(x) \lor \forall x\ Q(x))$
3 $\neg\forall x\ P(x)$ (2)
4 $\neg\forall x\ Q(x)$ (2)
5 $\neg P(a)$ (3)
6 $\neg Q(b)$ (4)
7 $P(a) \lor Q(a)$ (1)
8 $P(b) \lor Q(b)$ (1)

9 $P(a)$ (7)
Cerrada (9,5)

10 $Q(a)$ (7)

11 $P(b)$ (8)
Abierta

12 $Q(b)$ (8)
Cerrada (12, 6)

Contramodelo: $U = \{a, b\}, I(P) = \{b\}, I(Q) = \{a\}$.

Bibliografía

1. Ben–Ari, M. *Mathematical Logic for Computer Science (2nd ed.)* (Springer, 2001)

    Cap. 2: Propositional calculus: formulas, models, tableaux

2. Fitting, M. *First-Order Logic and Automated Theorem Proving (2nd ed.)* (Springer, 1995)

    Cap. 3: Semantic tableaux and resolution

3. Hortalá, M.T.; Leach, J. y Rogríguez, M. *Matemática discreta y lógica matemática* (Ed. Complutense, 1998)

    Cap. 7.9: Tableaux semánticos para la lógica de proposiciones

4. Nerode, A. y Shore, R.A. *Logic for Applications* (Springer, 1997)

    Cap. 1.4: Tableau proofs in propositional calculus

5. E. Paniagua, J.L. Sánchez y F. Martín *Lógica computacional* (Thomson, 2003)

    Cap. 4.3: Métodos de las tablas semánticas