

Lógica matemática y fundamentos (2011–12)

Tema 8: Tableros semánticos

José A. Alonso Jiménez
María J. Hidalgo Doblado

Grupo de Lógica Computacional
Departamento de Ciencias de la Computación e I.A.
Universidad de Sevilla

Tema 8: Tableros semánticos

1. Fórmulas gamma y delta
2. Consecuencia mediante tableros semánticos

Tema 8: Tableros semánticos

1. Fórmulas gamma y delta
2. Consecuencia mediante tableros semánticos

Fórmulas gamma y delta

- ▶ Un término es **básico** si no contiene variables.
- ▶ Las **fórmulas gamma**, junto con sus componentes, son

$\forall x F$	$F[x/t]$	(con t un término básico)
$\neg \exists x F$	$\neg F[x/t]$	(con t un término básico)

- ▶ Las **fórmulas delta**, junto con sus componentes, son

$\exists x F$	$F[x/a]$	(con a una nueva constante)
$\neg \forall x F$	$\neg F[x/a]$	(con a una nueva constante)

Tema 8: Tableros semánticos

1. Fórmulas gamma y delta
2. Consecuencia mediante tableros semánticos

Ejemplo de consecuencia mediante tableros semánticos

$$\{\forall x [P(x) \rightarrow Q(x)], \exists x P(x)\} \vdash_{Tab} \exists x Q(x)$$

1 $\forall x [P(x) \rightarrow Q(x)]$

2 $\exists x P(x)$

3 $\neg \exists x Q(x)$

4 $P(a)$ (2)

5 $P(a) \rightarrow Q(a)$ (1)

6 $\neg P(a)$ (5)

Cerrada
(6 y 4)

7 $Q(a)$ (5)

8 $\neg Q(a)$ (3)

Cerrada
(8 y 7)

Ejemplo de consecuencia mediante tableros semánticos

$$\{\forall x [P(x) \rightarrow Q(x)], \forall x [Q(x) \rightarrow R(x)]\} \vdash_{Tab} \forall x [P(x) \rightarrow R(x)]$$
1 $\forall x [P(x) \rightarrow Q(x)]$ 2 $\forall x [Q(x) \rightarrow R(x)]$ 3 $\neg \forall x [P(x) \rightarrow R(x)]$ 4 $\neg(P(a) \rightarrow R(a))$ (3)5 $P(a)$ (4)6 $\neg R(a)$ (4)7 $P(a) \rightarrow Q(a)$ (1)8 $Q(a) \rightarrow R(a)$ (2)

9 $\neg P(a)$ (7)
Cerrada (9, 5)

10 $Q(a)$ (7)

11 $\neg Q(a)$ (8)
Cerrada (11, 10)

12 $R(a)$ (8)
Cerrada (12, 6)

Ejemplo de no consecuencia mediante tablero

$$\forall x [P(x) \vee Q(x)] \not\models \forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$$

- 1 $\forall x [P(x) \vee Q(x)]$
- 2 $\neg(\forall x P(x) \vee \forall x Q(x))$
- 3 $\neg\forall x P(x)$ (2)
- 4 $\neg\forall x Q(x)$ (2)
- 5 $\neg P(a)$ (3)
- 6 $\neg Q(b)$ (4)
- 7 $P(a) \vee Q(a)$ (1)
- 8 $P(b) \vee Q(b)$ (1)

9 $P(a)$ (7)
Cerrada (9,5)

10 $Q(a)$ (7)

11 $P(b)$ (8)
Abierta

12 $Q(b)$ (8)
Cerrada (12, 6)

Contramodelo: $U = \{a, b\}$, $I(P) = \{b\}$, $I(Q) = \{a\}$.

Bibliografía

1. Ben-Ari, M. *Mathematical Logic for Computer Science (2nd ed.)* (Springer, 2001)
Cap. 2: Propositional calculus: formulas, models, tableaux
2. Fitting, M. *First-Order Logic and Automated Theorem Proving (2nd ed.)* (Springer, 1995)
Cap. 3: Semantic tableaux and resolution
3. Hortalá, M.T.; Leach, J. y Rogríguez, M. *Matemática discreta y lógica matemática* (Ed. Complutense, 1998)
Cap. 7.9: Tableaux semánticos para la lógica de proposiciones
4. Nerode, A. y Shore, R.A. *Logic for Applications* (Springer, 1997)
Cap. 1.4: Tableau proofs in propositional calculus
5. E. Paniagua, J.L. Sánchez y F. Martín *Lógica computacional* (Thomson, 2003)
Cap. 4.3: Métodos de las tablas semánticas