

# Lógica matemática y fundamentos (2013–14)

## Tema 9: Tableros semánticos

José A. Alonso Jiménez  
María J. Hidalgo Doblado

Grupo de Lógica Computacional  
Departamento de Ciencias de la Computación e I.A.  
Universidad de Sevilla

## Tema 9: Tableros semánticos

1. Fórmulas gamma y delta
2. Consecuencia mediante tableros semánticos

## Tema 9: Tableros semánticos

1. Fórmulas gamma y delta
2. Consecuencia mediante tableros semánticos

## Fórmulas gamma y delta

- ▶ Un término es **básico** si no contiene variables.
- ▶ Las **fórmulas gamma**, junto con sus componentes, son

$\forall x F$	$F[x/t]$	(con $t$ un término básico)
$\neg \exists x F$	$\neg F[x/t]$	(con $t$ un término básico)

- ▶ Las **fórmulas delta**, junto con sus componentes, son

$\exists x F$	$F[x/a]$	(con $a$ una nueva constante)
$\neg \forall x F$	$\neg F[x/a]$	(con $a$ una nueva constante)

## Tema 9: Tableros semánticos

1. Fórmulas gamma y delta
2. Consecuencia mediante tableros semánticos

## Ejemplo de consecuencia mediante tableros semánticos

$$\{\forall x [P(x) \rightarrow Q(x)], \exists x P(x)\} \vdash_{Tab} \exists x Q(x)$$
1  $\forall x [P(x) \rightarrow Q(x)]$ 2  $\exists x P(x)$ 3  $\neg \exists x Q(x)$ 4  $P(a)$  (2)5  $P(a) \rightarrow Q(a)$  (1)6  $\neg P(a)$  (5)Cerrada  
(6 y 4)7  $Q(a)$  (5)8  $\neg Q(a)$  (3)Cerrada  
(8 y 7)

## Ejemplo de consecuencia mediante tableros semánticos

$$\{\forall x [P(x) \rightarrow Q(x)], \forall x [Q(x) \rightarrow R(x)]\} \vdash_{Tab} \forall x [P(x) \rightarrow R(x)]$$
1  $\forall x [P(x) \rightarrow Q(x)]$ 2  $\forall x [Q(x) \rightarrow R(x)]$ 3  $\neg \forall x [P(x) \rightarrow R(x)]$ 4  $\neg(P(a) \rightarrow R(a))$  (3)5  $P(a)$  (4)6  $\neg R(a)$  (4)7  $P(a) \rightarrow Q(a)$  (1)8  $Q(a) \rightarrow R(a)$  (2)

9  $\neg P(a)$  (7)  
Cerrada (9, 5)

10  $Q(a)$  (7)

11  $\neg Q(a)$  (8)  
Cerrada (11, 10)

12  $R(a)$  (8)  
Cerrada (12, 6)

## Ejemplo de no consecuencia mediante tablero

$$\forall x [P(x) \vee Q(x)] \not\models \forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$$

- 1  $\forall x [P(x) \vee Q(x)]$
- 2  $\neg(\forall x P(x) \vee \forall x Q(x))$
- 3  $\neg\forall x P(x)$  (2)
- 4  $\neg\forall x Q(x)$  (2)
- 5  $\neg P(a)$  (3)
- 6  $\neg Q(b)$  (4)
- 7  $P(a) \vee Q(a)$  (1)
- 8  $P(b) \vee Q(b)$  (1)

9  $P(a)$  (7)  
Cerrada (9,5)

10  $Q(a)$  (7)

11  $P(b)$  (8)  
Abierta

12  $Q(b)$  (8)  
Cerrada (12, 6)

Contramodelo:  $U = \{a, b\}$ ,  $I(P) = \{b\}$ ,  $I(Q) = \{a\}$ .



## Bibliografía

1. Ben-Ari, M. *Mathematical Logic for Computer Science (2nd ed.)* (Springer, 2001)  
Cap. 2: Propositional calculus: formulas, models, tableaux
2. Fitting, M. *First-Order Logic and Automated Theorem Proving (2nd ed.)* (Springer, 1995)  
Cap. 3: Semantic tableaux and resolution
3. Hortalá, M.T.; Leach, J. y Rogríguez, M. *Matemática discreta y lógica matemática* (Ed. Complutense, 1998)  
Cap. 7.9: Tableaux semánticos para la lógica de proposiciones
4. Nerode, A. y Shore, R.A. *Logic for Applications* (Springer, 1997)  
Cap. 1.4: Tableau proofs in propositional calculus
5. E. Paniagua, J.L. Sánchez y F. Martín *Lógica computacional* (Thomson, 2003)  
Cap. 4.3: Métodos de las tablas semánticas