

Tema 5: Conceptualización relacional

José A. Alonso Jiménez
Miguel A. Gutiérrez Naranjo

Dpto. de Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial

UNIVERSIDAD DE SEVILLA

Introducción

- Limitación expresiva de la lógica proposicional
 - Ejemplo 1:
*Si Sevilla es vecina de Cádiz,
entonces Cádiz es vecina de Sevilla.
Sevilla es vecina de Cádiz.
Por tanto, Cádiz es vecina de Sevilla*
 - Representación en lógica proposicional:
$$\frac{SvC \rightarrow CvS \quad SvC}{CvS}$$
 - Ejemplo 2:
*Si una ciudad es vecina de otra,
entonces la segunda es vecina de la primera.
Sevilla es vecina de Cádiz.
Por tanto, Cádiz es vecina de Sevilla*
 - Representación en lógica proposicional: Imposible
 - Representación en lógica relacional:
$$\frac{vecina(x, y) \rightarrow vecina(y, x) \quad vecina(Sevilla, Cadiz)}{vecina(Cadiz, Sevilla)}$$

Conceptualización en lógica relacional

- Elementos de la lógica proposicional:
 - Elementos básicos: Símbolos proposicionales
 - Las fórmulas simples representan proposiciones
 - Las fórmulas compuestas representan relaciones entre proposiciones
- Elementos de la lógica relacional:
 - Elementos básicos: objetos y relaciones
 - Las constantes y variables representan objetos
 - Los símbolos de relación representan relaciones
 - Las fórmulas simples representan relaciones entre objetos
 - Las fórmulas compuestas representan relaciones entre relaciones

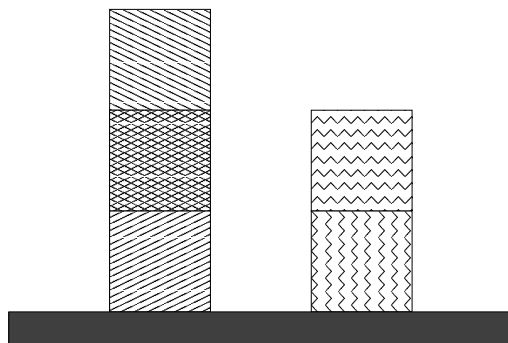
Universo del discurso

- **Idea de objeto:**
 - Un objeto es cualquiera ente sobre el que se puede decir algo
- **Ejemplos de objetos:**
 - Concretos: el sol, la FIE
 - Abstractos: la libertad, el número 2

 - Simples: un átomo
 - Compuestos: una bicicleta

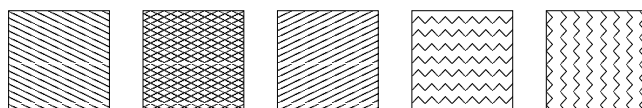
 - Reales: un caballo
 - Imaginarios: un unicornio
- **El Universo del conjunto**
 - Necesidad de limitar los objetos representados en cada problema
 - El Universo del discurso es el conjunto de objetos sobre los que se habla

Mundo de los bloques: Objetos

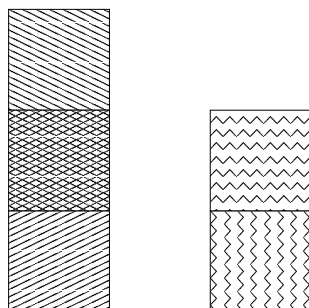


- Universos del discurso:

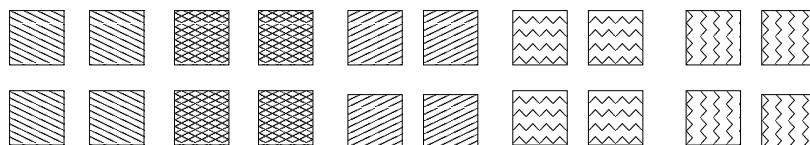
- Bloques:



- Pilas:



- Fragmentos:



- Constantes: a, b, c, d, e

Mundo de los bloques: Relaciones

- Ejemplos de relaciones:
 - $sobre(x, y)$ se verifica si el bloque x está colocado sobre el bloque y
 - $bajo(x, y)$ se verifica si el bloque y está colocado sobre el bloque x
 - $encima(x, y)$ se verifica si el bloque x está encima del bloque y pudiendo haber otros bloques entre ellos
 - $libre(x)$ se verifica si el bloque x no tiene bloques encima
 - $mesa(x)$ se verifica si el bloque x está sobre la mesa
 - $pila(x, y, z)$ se verifica si el bloque x está sobre el y , el y sobre el z y el z sobre la mesa
- Tipos de relaciones
 - Por aridad: unarias ($libre$), binarias ($sobre$), ...
 - Por definibilidad: primitivas ($sobre$), definidas ($bajo$)

Mundo de los bloques: Relaciones

- Representación de relaciones mediante tablas y conjuntos

<i>sobre</i> (x, y)	<table border="1"><tr><td><i>a</i></td><td><i>b</i></td></tr><tr><td><i>b</i></td><td><i>c</i></td></tr><tr><td><i>d</i></td><td><i>e</i></td></tr></table>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	{(<i>a, b</i>), (<i>b, c</i>), (<i>d, e</i>)}
	<i>a</i>	<i>b</i>						
	<i>b</i>	<i>c</i>						
<i>d</i>	<i>e</i>							

<i>bajo</i> (x, y)	<table border="1"><tr><td><i>b</i></td><td><i>a</i></td></tr><tr><td><i>c</i></td><td><i>b</i></td></tr><tr><td><i>e</i></td><td><i>d</i></td></tr></table>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>b</i>	<i>e</i>	<i>d</i>	{(<i>b, a</i>), (<i>c, b</i>), (<i>e, d</i>)}
	<i>b</i>	<i>a</i>						
	<i>c</i>	<i>b</i>						
<i>e</i>	<i>d</i>							

- | | | | | | | | | | | |
|--------------------------|--|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|--|
| <i>encima</i> (x, y) | <table border="1"><tr><td><i>a</i></td><td><i>b</i></td></tr><tr><td><i>a</i></td><td><i>c</i></td></tr><tr><td><i>b</i></td><td><i>c</i></td></tr><tr><td><i>d</i></td><td><i>e</i></td></tr></table> | <i>a</i> | <i>b</i> | <i>a</i> | <i>c</i> | <i>b</i> | <i>c</i> | <i>d</i> | <i>e</i> | {(<i>a, b</i>), (<i>a, c</i>), (<i>b, c</i>), (<i>d, e</i>)} |
| | <i>a</i> | <i>b</i> | | | | | | | | |
| | <i>a</i> | <i>c</i> | | | | | | | | |
| | <i>b</i> | <i>c</i> | | | | | | | | |
| <i>d</i> | <i>e</i> | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | |

<i>libre</i> (x)	<table border="1"><tr><td><i>a</i></td></tr><tr><td><i>d</i></td></tr></table>	<i>a</i>	<i>d</i>	{ <i>a, d</i> }
	<i>a</i>			
<i>d</i>				

<i>mesa</i> (x)	<table border="1"><tr><td><i>c</i></td></tr><tr><td><i>e</i></td></tr></table>	<i>c</i>	<i>e</i>	{ <i>c, e</i> }
	<i>c</i>			
<i>e</i>				

<i>pila</i> (x, y, z)	<table border="1"><tr><td><i>a</i></td><td><i>b</i></td><td><i>c</i></td></tr></table>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	{(<i>a, b, c</i>)}
<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>			

Mundo de los bloques: Relaciones

- Número de relaciones binarias en el mundo de los bloques:
 - Número de objetos: 5
 - Número de pares: $5^2 = 25$
 - Número de relaciones binarias: $2^{25} = 33.554.432$
- Número de relaciones k -arias en un mundo con n objetos
 - Número de k -uplas: n^k
 - Número de relaciones k -arias: 2^{n^k}

Mundo de los bloques: Funciones

- Funciones como relaciones particulares
- Ejemplo
 - $y = cima(x)$ si y es el bloque que está en la cima de la pila donde se encuentra el bloque x :
 $\{(a, a), (b, a), (c, a), (d, d), (e, d)\}$
 - Funciones binarias: $+$, $*$
 - Funciones ternarias: $media(x, y, z)$, $maximo(x, y, z)$
- Las funciones n -arias como relaciones $(n + 1)$ -arias
- Número de funciones k -arias en un mundo con n objetos
 - Número de k -uplas: n^k
 - Número de funciones k -arias: $n^{n^k} = 2^{n^k \log n}$
 - Número de relaciones $(k + 1)$ -arias: $2^{n^{(k+1)}} = 2^{n^k n}$

Conceptualizaciones

- Conceptualizaciones:
 - $(\{a, b, c, d, e\}, \emptyset, \{sobre, encima, libre, mesa\})$
 - $(\{a, b, c, d, e\}, \{cima\}, \{sobre, encima, libre, mesa\})$
- Colores
 - $rojo(x)$ se verifica si el bloque x es rojo: $\{a, e\}$
 - $verde(x)$ se verifica si el bloque x es verde: $\{b, c, d\}$
 - Conceptualizaciones:
 - $(\{a, b, c, d, e\}, \emptyset, \{sobre, libre, mesa, rojo, verde\})$
 - $(\{a, b, c, d, e\}, \emptyset, \{sobre, rojo, verde\})$
- Reificación
 - Objetos: $a, b, c, d, e, rojo, verde$
 - $color(x, y)$ se verifica si el color del bloque x es y :
 $\{(a, rojo), (b, verde), (c, verde), (d, verde), (e, rojo)\}$
 - Conceptualización:
 $(\{a, b, c, d, e, rojo, verde\}, \emptyset, \{sobre, color\})$

Conceptualizaciones

- Propiedades de las relaciones reificadas:
 - $relajante(x)$ se verifica si el color x es relajante:
 $\{verde\}$
 - $estimulante(x)$ se verifica si el color x es estimulante:
 $\{rojo\}$
 - Conceptualización:
 $(\{a, b, c, d, e, rojo, verde\}, \emptyset, \{sobre, color, relajante, estimulante\})$

- Conceptualización universal:

- $propiedad(r, x, y)$ se verifica si los objetos x e y verifican la relación r :

<i>sobre</i>	<i>a</i>	<i>b</i>
<i>sobre</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>sobre</i>	<i>d</i>	<i>e</i>
<i>color</i>	<i>a</i>	<i>rojo</i>
<i>color</i>	<i>b</i>	<i>verde</i>
<i>color</i>	<i>c</i>	<i>verde</i>
<i>color</i>	<i>d</i>	<i>verde</i>
<i>color</i>	<i>e</i>	<i>rojo</i>

- Conceptualización:
 $(\{a, b, c, d, e, rojo, verde, sobre, color\}, \emptyset, \{propiedad\})$

Bibliografía

- Genesereth, M.R. *Computational Logic* (27 March 2000)
 - Cap. 6 “Relational logic”
- Genesereth, M.R. y Nilsson, N.J. *Logical Foundations of Artificial Intelligence* (Morgan Kaufmann, 1987)
 - Cap. 2 “Declarative knowledge”
- Nilsson, N.J. *Inteligencia artificial (Una nueva síntesis)* (McGraw–Hill, 2000)
 - Cap. 15 “El cálculo de predicados”
- Russell, S. y Norvig, P. *Inteligencia artificial (un enfoque moderno)* (Prentice Hall Hispanoamericana, 1996)
 - Cap. 7 “Lógica de primer orden”