Ampliación de Inteligencia Artificial (Primera Convocatoria, 21–Junio–2013)

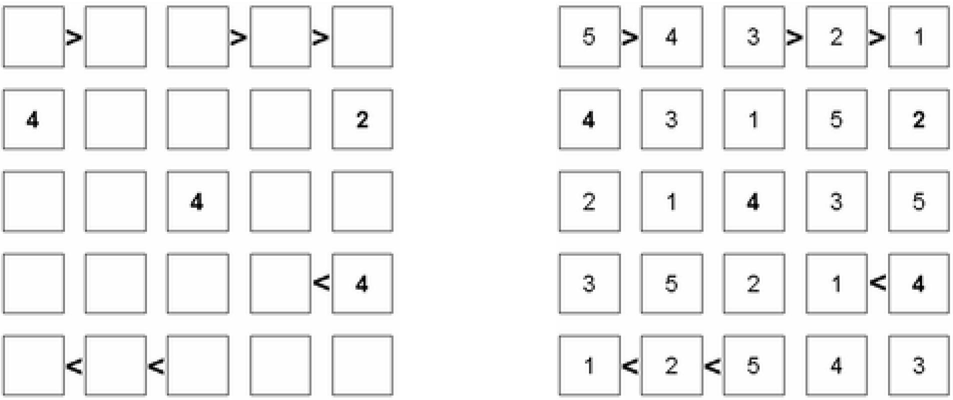
Apellidos: ....

Nombre: ....

Ejercicio 1 (1.5 puntos): **(Problemas de Satisfacción de Restricciones)**

Un *Futoshiki* de orden n es un pasatiempo japonés que consiste en rellenar un tablero cuadrado $n \times n$, con números del 1 al n. En el tablero aparecen algunas casillas rellenas y entre algunas casillas contiguas hay restricciones del tipo "mayor que" o "menor que". El Futoshiki se considera solucionado cuando se han colocado números en todas las casillas, de manera que no se repiten números en la misma columna ni en la misma fila, y además se respetan las restricciones de orden.

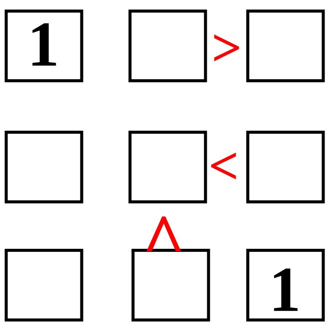
Por ejemplo, lo que sigue es un Futoshiki de orden 5, junto con su solución (tomado de wikipedia):



Se pide:

1. Dar la representación (en general) de un Futoshiki, como un problema de satisfacción de restricciones, indicando claramente las variables, los dominios y las restricciones.

2. Usando la representación dada en el apartado anterior, resolver, aplicando el algoritmo de consistencia de arcos (con búsqueda si fuera necesario), el siguiente Futoshiki de orden 3. En el desarrollo del algoritmo indicar, cada vez que se elimine el valor de un dominio, el arco debido al cual se produce dicha eliminación.



Ampliación de Inteligencia Artificial (Primera Convocatoria, 21–Junio–2013)

Apellidos: ....

Nombre: ....

Ejercicio 2 (1.5 puntos): **(Problemas de Busqueda con Adversario)**

Consideremos la siguiente generalización del juego Nim: Se consideran dos montones de piezas de las que, en cada turno, un jugador puede coger una, dos o tres piezas del mismo montón. El objetivo consiste en obligar al contrario a coger la última pieza dejando ambos montones vacíos. Supondremos que inicialmente los montones tienen 3 y 4 piezas respectivamente.

Se pide:

1. Representar este juego como un problema de búsqueda con adversario, indicando los estados del problema, el estado inicial, el estado final y los movimientos, describiendo en detalle cuántos son y cómo actúan.

2. Después de realizar varias pruebas consideramos que un estado es malo si en un montón el número de piezas menos 1 es múltiplo de 4 y en el otro no, en caso contrario lo consideramos bueno.

   Definir una función de evaluación estática que refleje esta idea y dibujar el árbol que se generaría si se tomara como método de decisión el algoritmo minimax con poda alfa-beta hasta profundidad 2. En el dibujo deben aparecer exclusivamente los nodos generados, detallando el orden en que se analizan. Especificar claramente, cómo evolucionan en cada nodo los valores de α y β, y dónde se producen las podas.

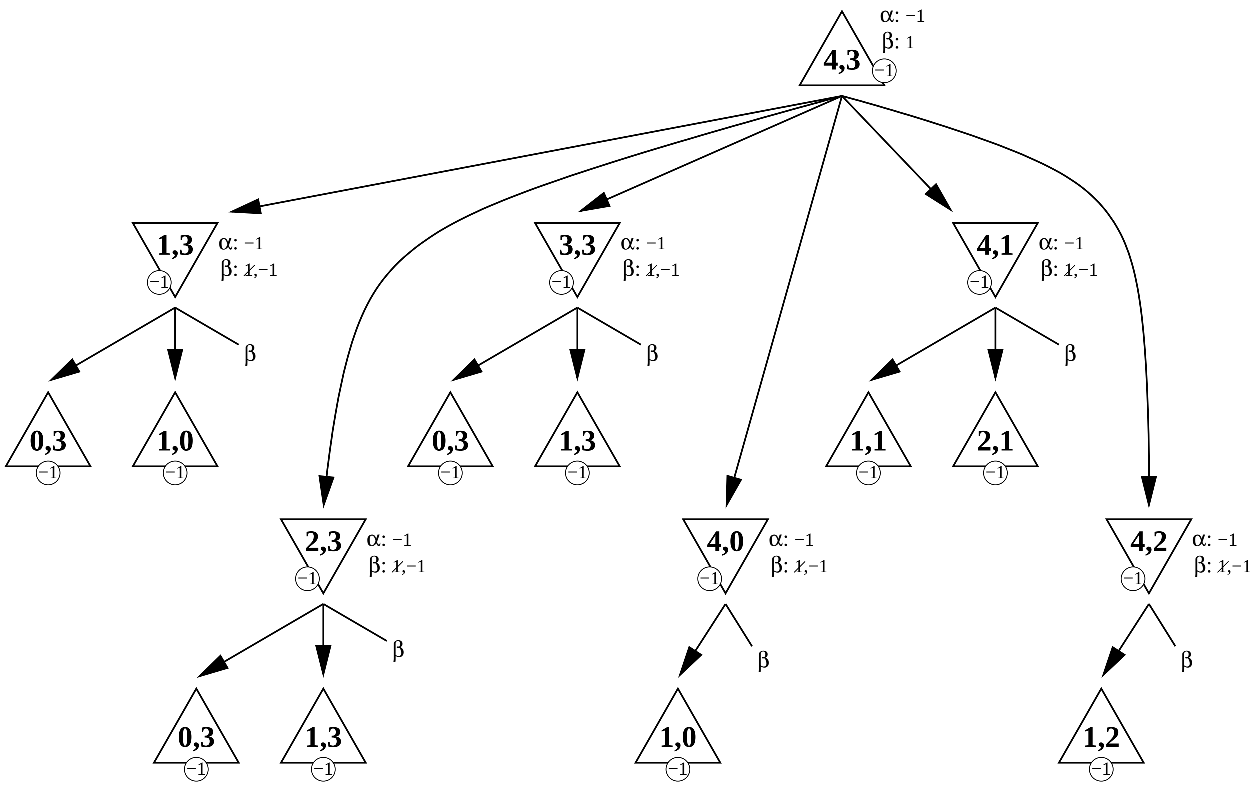
Solución:

1. Representación del problema:

   - El estado del problema es un par formado por el número de piezas de cada montón.
   - El estado inicial es el par formado por las cantidades iniciales en cada montón, en este caso $(3, 4)$
   - El estado final es el par $(0, 0)$
   - Los movimientos son 6. Los tres primeros indican que se toman piezas del primer montón y los otros tres que se toman piezas del segundo montón: M_i^j = "Coger i piezas del montón j", para $j = 1, 2$ e $i = 1, 2, 3$.

2. Una función de evaluación estática que refleja la caracterización proporcionada de los estados es la siguiente: Si en un montón el número de piezas menos 1 es múltiplo de 4 y en el otro no, entonces si el turno es de 'MAX' el valor del estado es -1 y si el turno es de 'MIN' el valor del estado es 1. Si en ambos montones el número de piezas menos 1 es múltiplo de 4, o en ninguno de ellos, entonces si el turno es de 'MAX' el valor del estado es 1 y si el turno es de 'MIN' el valor del estado es -1.

   El árbol que desarrolla el juego en la situación descrita con valores iniciales de $\alpha = -1$ y $\beta = 1$ y el orden de movimientos $\{M_3^1, M_2^1, M_1^1, M_3^2, M_2^2, M_1^2\}$, es el siguiente:



Ampliación de Inteligencia Artificial (Primera Convocatoria, 21–Junio–2013)

Apellidos: ....

Nombre: ....

Ejercicio 3 (1.5 puntos): **(Aprendizaje Estadístico)**

1. La *diabetes* es un conjunto de trastornos metabólicos caracterizados por un aumento de la glucosa en sangre. En los hombres, existen dos tipos principales de diabetes: tipo 1 y tipo 2. Supongamos que existe un test basado en un análisis de la sangre, que da positivo en el 70% de los diabéticos tipo 1, en el 80% de los diabéticos tipo 2 y en el 5% de las personas no diabéticas. Según las estadísticas, un 2% de la población joven (menor de 20 años) padece diabetes tipo 1 y otro 2% tiene diabetes tipo 2. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona joven que ha dado positivo en el test en realidad no tenga diabetes?

2. Existe un test adicional para la diabetes, basado en la cantidad de orina que se elimina por día (y que consideraremos independiente del test de la sangre, dado cada tipo de diabetes). Ese test da positivo en el 30% de los casos de diabetes tipo 1, en el 70% de diabetes tipo 2 y en el 20% de los casos en personas no diabéticas. Supongamos que hacemos un estudio exhaustivo a un paciente, y durante cinco días le hacemos diariamente tanto el test de sangre como el de orina, obteniendo las siguientes observaciones: $(+,+)$, $(-,+)$,$(-,+)$,$(+,+)$ y $(-,+)$ (en cada par, el primer valor se refiere al resultado del test de sangre y el segundo al de orina).

   Modelar la anterior situación como un problema de aprendizaje bayesiano, indicando claramente cuáles serían las hipótesis. Según el aprendizaje bayesiano, ¿cuál es la probabilidad de tener diabetes de tipo 1? ¿Y de tipo 2? ¿Cuál es la hipótesis MAP?

Ampliación de Inteligencia Artificial (Primera Convocatoria, 21–Junio–2013)

Apellidos: ....

Nombre: ....

Ejercicio 4 (1.5 puntos): **(Procesos de Markov)**

El detective Deckard utiliza el test de Voight-Kampff para distinguir entre los modelos de replicantes Nexus 6 y los humanos. El test se basa en plantear una situación y realizar una pregunta sobre la misma, el individuo objeto de estudio tiene que responder a la pregunta y un sensor óptico detecta una respuesta en la retina que se puede graduar en tres niveles, ínfima (i), media (m) o acusada (a), con la que se prentende identificar si la respuesta del individuo es verdadera (v) o falsa (f).

Se sabe que a priori los individuos tienden a ser veraces en un 70%, mientras que se decantan por la mentira en un 30%. Por otro lado, después de una respuesta veraz, se tiende a mantener la veracidad en un 80% de las ocasiones y después de una respuesta falsa, se tiende a mantener la falsedad en un 60% de las ocasiones.

La validez de la lectura del sensor óptico depende probabilísticamente del tipo de respuesta: Ante una respuesta verdadera, la probabilidad de una respuesta ínfima del sensor es 0.7, la de una respuesta media es 0.2 y la de una respuesta acusada es 0.1; ante una respuesta falsa, la probabilidad de una respuesta ínfima del sensor es 0.2, la de una respuesta media es 0.3 y la de una respuesta acusada es 0.5.

- Modelar la situación mediante un modelo oculto de Markov, especificando claramente el conjunto de estados y de observables, las probabilidades iniciales, la matriz de transición y la de observaciones.

- Supongamos que las cuatro primeras respuestas del sensor óptico han sido i, m, m y a. Utilizar el algoritmo de avance para determinar la probabilidad de que la respuesta a la cuarta pregunta haya sido falsa.

Solución:

- La situación se modela mediante un modelo oculto de Markov de la siguiente forma:

  1. La variable de estado es la que determina si la respuesta a una pregunta es verdad o mentira. Los estados posibles son v y f.
  2. La variable observable es la respuesta del sensor óptico. Los valores posibles son i, m y a.
  3. Las probabilidades iniciales son: $P(v) = 0.7$ y $P(f) = 0.3$.
  4. La matriz de transición es: $P(v|v) = 0.8$, $P(f|v) = 0.2$, $P(f|f) = 0.6$ y $P(v|f) = 0.4$.
  5. La matriz de observaciones es: $P(i|v) = 0.7$, $P(m|v) = 0.2$, $P(a|v) = 0.1$, $P(i|f) = 0.2$, $P(m|f) = 0.3$ y $P(a|f) = 0.5$.

- Consideremos la secuencia de observaciones $\langle i, m, m, a \rangle$. A continuación se indican los cálculos de cada iteración del algoritmo de avance:

  1. $\alpha_1(v) = 0.7 \cdot 0.7 = 0.49$
     $\alpha_1(f) = 0.3 \cdot 0.2 = 0.06$
  2. $\alpha_2(v) = 0.2 \cdot (0.49 \cdot 0.8 + 0.06 \cdot 0.4) = 0.0832$
     $\alpha_2(f) = 0.3 \cdot (0.49 \cdot 0.2 + 0.06 \cdot 0.6) = 0.0402$
  3. $\alpha_3(v) = 0.2 \cdot (0.0832 \cdot 0.8 + 0.0402 \cdot 0.4) = 0.016528$
     $\alpha_3(f) = 0.3 \cdot (0.0832 \cdot 0.2 + 0.0402 \cdot 0.6) = 0.012228$
  4. $\alpha_4(v) = 0.2 \cdot (0.016528 \cdot 0.8 + 0.012228 \cdot 0.4) = 0.00181136$
     $\alpha_4(f) = 0.3 \cdot (0.016528 \cdot 0.2 + 0.012228 \cdot 0.6) = 0.0053212$
  5. Normalizando se obtiene: $P(v|i, m, m, a) = 0.2540$ y $P(f|i, m, m, a) = 0.7460$. Por tanto, la probabilidad de que la respuesta a la cuarta pregunta haya sido falsa es del 74.60%