

APLICACIONES REALES DE MODELOS BIOINSPIRADOS

Tema 7: Estudio de especies en peligro de extinción

David Orellana Martín
Mario de J. Pérez Jiménez

Grupo de investigación en Computación Natural
Dpto. Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial
Universidad de Sevilla

Máster Universitario en Lógica, Computación e Inteligencia Artificial

Curso 2025-2026



Objetivos

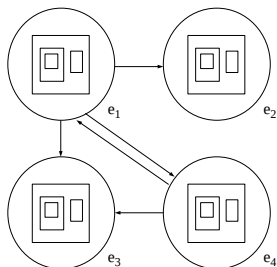
Diseñar modelos computacionales, basados en Membrane Computing, de **ecosistemas reales**, relacionados con **especies en peligro de extinción**.

- ★ El **quebrantahuesos** en la zona pirenaico-catalana.

El marco de modelización computacional

Sistemas P multientorno

Orientación PROBABILÍSTICA



- Motor de inferencia: algoritmo BBB¹, algoritmo DNDP² y algoritmo DCBA³.

¹ M. Cardona, M.A. Colomer, A. Margalida, A. Palau, I. Pérez-Hurtado, M.J. Pérez-Jiménez, D. Sanuy. A computational modeling for real ecosystems based on P systems. *Natural Computing*, 10, 1 (2011), 39-53.

² M.A. Martínez, I. Pérez-Hurtado, M.J. Pérez-Jiménez, A. Riscos, M.A. Colomer. A new simulation algorithm for multienvironment probabilistic P systems. In K. Li, Z. Tang, R. Li, A.K. Nagar, R. Thamburaj (eds.) *Proceedings 2010 IEEE Fifth International Conference on Bio-inspired Computing: Theories and Applications*, IEEE Press, Volume 1, September 23-26, 2010, Changsha, China, pp. 59-68.

³ M.A. Martínez, I. Pérez, M. García-Quismondo, L.F. Macías, L. Valencia, A. Romero, C. Graciani, A. Riscos, M.A. Colomer, M.J. Pérez-Jiménez. DCBA: Simulating population dynamics P systems with proportional objects distribution. *Lecture Notes in Computer Science*, 7762 (2013), 257-276

Sistemas PDP

Sistema PDP de orden (m, q) : conjunto de m entornos e_1, \dots, e_m interconectados por los arcos de un grafo dirigido G tales que cada entorno contiene un único sistema de membranas “ordinario” (todos con el mismo esqueleto).

- Cada entorno e_j sólo puede contener símbolos del alfabeto Σ y, además, un único sistema de membranas $\Pi_k = (\Gamma, \mu, \mathcal{M}_1, \dots, \mathcal{M}_q, \mathcal{R}, i_{in})$, tal que:
 - (a) Los multiconjuntos iniciales de Π_k dependen del entorno e_j .
 - (b) Las funciones de probabilidad asociadas a las reglas de Π_k dependen del entorno e_j .
- Las funciones de probabilidad asociadas a las reglas del entorno e_j dependen de e_j .

Semántica de los sistemas PDP: se implementa mediante algoritmos de simulación:

BBB, DNDP, DCBA.

El quebrantahuesos en la zona pirenaico catalana

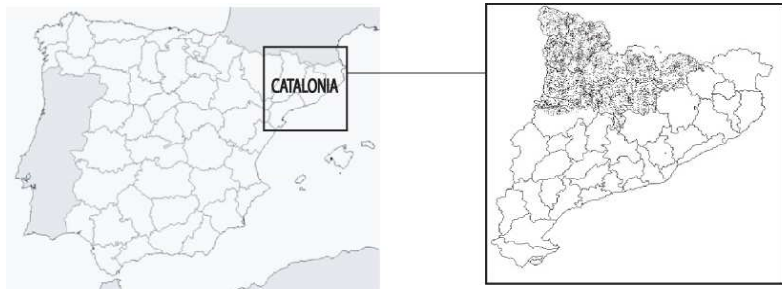


- Especie en peligro de extinción.
- Zona pirenaico-catalana (datos desde 1994 hasta 2008)⁴ ⁵

⁴ M. Cardona, M.A. Colomer, M.J. Pérez-Jiménez, D. Sanuy, A. Margalida. Modelling ecosystem using P systems: The bearded vulture, a case study. *Lecture Notes in Computer Science*, 5391 (2009), 137–156.

⁵ M. Cardona, M.A. Colomer, M.J. Pérez, D. Sanuy, A. Margalida. A bio-inspired computing model as a new tool for modeling ecosystems: The avian scavengers as a case study. *Ecological Modelling*, 222, 1 (2011), 33-47.

El ecosistema real a modelizar está situado en el Pirineo Catalán.



Distribución regional del Quebrantahuesos en el Pirineo Catalán

La vida de distintas especies animales están interrelacionadas a través de dependencias en términos de comida, territorios, etc.

En los ecosistemas montañosos existe una relación tradicional entre **ungulados salvajes** y sus **predadores** (alterada por la presencia de **animales domésticos**).

El abandono de animales muertos es una fuente de comida de animales necrófagos.

- ★ Es el caso de los **quebrantahuesos** (*bearded vultures*, *Gypaetus barbatus*)
 - Especie que se alimenta de los huesos de animales domésticos y ungulados salvajes.

Puntos de interés para el **conservacionismo** de especies animales:

- * Estudio de la interacción de las especies entre sí y con el entorno.
- * Necesidad de usar modelos matemáticos/computacionales:
 - ★ Representar, analizar y formular medidas que ayude al desarrollo sostenible del ecosistema objeto de estudio.

Vamos a diseñar un modelo computacional (basado en sistemas PDPs) que estudia la evolución de un ecosistema localizado en la zona pirenaico-catalana.

- ★ El quebrantahuesos: especie en peligro de extinción.

El quebrantahuesos (I)

Especie carroñera (habitat usual: montañas de Europa, Asia y Africa).

En 2007 había contabilizadas unas 150 parejas en todo el mundo.

- Tienen una vida media de 21.4 años.
- Edad media de la primera reproducción: 8.1 años.
- La tasa de fertilidad (en Cataluña) se estima en el 38%.
- Los huevos se incuban desde diciembre a febrero y los polluelos nacen tras 52–54 días de incubación.
 - ★ Usualmente ponen dos huevos, pero sólo un polluelo sobrevive.
- A los 120 días abandonan el nido para llevar una vida nómada (durante 8 años).
 - ★ En ese periodo, la superficie media recorrida por jóvenes monitorizados fue de 4932 km².
- A los 8 años ocupan un territorio fijo.
- Son los únicos vertebrados que se alimentan casi exclusivamente de huesos.
- Una pareja necesita en torno a 341 kgs. de huesos cada año

El quebrantahuesos (II)

En nuestro estudio, se van a considerar 5 especies de bóvidos (**ciervo**, **rebeco**, **gamo**, **corzo** y **oveja**), todas ellas tienen unos elementos básicos similares:

- ★ Todos son herbívoros.
- ★ Alcanzan su tamaño adulto a la edad de 1 año.
- ★ Alcanzan su madurez sexual a los 2 años.
- ★ La tasa de mortalidad de las especies son parecidas:
 - Durante el primer año de vida: en torno al 50 %.
 - El resto, en torno al 6 %.
- ★ Los **ciervos machos** son muy apreciados por los cazadores:
 - En el modelo se distinguirán entre machos y hembras (tasa de mortalidad).
- ★ Estas 5 especies proporcionan el 67% de la comida que necesitan los quebrantahuesos.
- ★ En 2008, existían, en Cataluña, 7 estaciones de alimentación que proporcionan artificialmente unos 10500 kgs de huesos por año.

El quebrantahuesos (III)

- Cuando un bóvido muere en el ecosistema, sus huesos estarán disponibles para comida de los quebrantahuesos.

Specie	Weigh Male kg	Weigh Female kg	Percentage Female	Average weigh kg	Biomass: bone adult kg	Biomass: bone young kg	Kg accessible by B. Vulture (adult/young)
Bearded Vulture	5	6.5	60	5.75	-	-	-
Chamois	28	32	50	30	6	3	6/3
Red Deer Female	-	75	100	75	15	7.5	15/7.5
Red Deer Male	120	-	-	120	24	12	24/12
Fallow Deer	63	42	80	46	9	4.5	2/1
Roe Deer	27	23	66	24	5	2.5	1/0.5
Sheep	42	35	97	35.2	7	3.5	7/3.5

Variables descriptivas usadas para modelizar el ecosistema

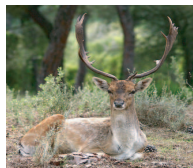
Primer modelo computacional del quebrantahuesos, basado en MC

- * Fue presentado en Edinburgh (U.K.), a finales de julio de 2008⁶
- * En este modelo preliminar, sólo se consideró:
 - ★ Una especie carroñera: el propio **quebrantahuesos**.
 - ★ Cuatro tipos de bóvidos salvajes: **rebeco**, **ciervo**, **gamo** y **corzo**).
 - ★ Un bóvido “doméstico” (**oveja**).
- * Además,
 - ★ Los quebrantahuesos se analizan a partir de los 8 años (la unidad será la **pareja**).
 - ★ Los bóvidos (hacen de “presas”) tienen comida suficiente.
 - ★ No se modelizó la fuente artificial de alimento del quebrantahuesos.
 - ★ **No se contempló** la regulación de la densidad de la población (**capacidad de carga**).
- ★ Modelo estructurado en cuatro módulos que completan un ciclo equivalente a un año.

⁶ M. Cardona, M.A. Colomer, M.J. Pérez-Jiménez, D. Sanuy, A. Margalida. Modelling ecosystem using P systems: The bearded vulture, a case study. In P. Frisco, D.W. Corne, Gh. Paun (eds.). *Proceedings of the 9th Workshop on Membrane Computing*, Edinburgh (UK), July 28-31, 2008, pp. 95-116.

Especies del ecosistema objeto de estudio:

- **Quebrantahuesos**
(Bearded Vulture: *Gypaetus barbatus*).
- **Rebeco**
(Pyrenean Chamois: *Rupicapra pyrenaica*).
- **Ciervo**
(Red Deer: *Cervus elaphus*).
- **Gamo**
(Fallow Deer: *Dama dama*).
- **Corzo**
(Roe Deer: *Capreolus capreolus*).
- **Oveja**
(Sheep: *Ovis capra*).

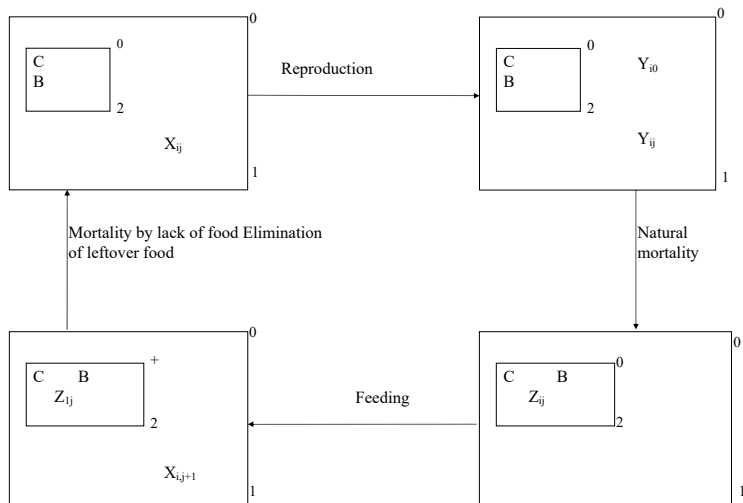


Familia de los **bóvidos**:

- Herbívoros
(principal fuente de alimentación del quebrant.)



Módulos del diseño



Un sistema PDP que modeliza un **ecosistema real** (I)

Un sistema PDP de grado (2, 1):

$$(G, \Gamma, \Sigma, \mathcal{R}_\Pi, \mathcal{R}_E, \{f_r : r \in \mathcal{R}_\Pi\}, \mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2)$$

- * $G = (V, E)$ con $V = \{e_1\}$ y $E = \emptyset$
- * $\Sigma = \emptyset$ y $\Gamma = \{X_{i,j}, Y_{i,j}, Z_{i,j} : 1 \leq i \leq 7, 0 \leq j \leq k_{i,4}\} \cup \{B, C\}$
 - $X_{i,j}, Y_{i,j}, Z_{i,j}$ representan el mismo animal pero en diferentes “estados”.
 - El índice i está asociado a la especie ($i = 1$: quebrantahuesos) y j está asociado a la edad.
 - B represent 0.5 kgs de huesos y el objeto C es usado por razones técnicas.



- * $\mathcal{R}_E = \emptyset$.

Un sistema PDP que modeliza un **ecosistema real** (II)

* $\Pi = (\Gamma, \mu, \mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2, \mathcal{R}_\Pi)$:

- Estructura de membranas: $\mu = [[]_2]_1$:
 - ★ Membrana piel: los animales evolucionan siguiendo reglas de **reproducción**, **“crecimiento”** y **mortalidad natural**.
 - ★ Membrana interna: los animales evolucionan siguiendo reglas de **alimentación** y **“balance”**.
- $\mathcal{M}_1 = \{X_{i,j}^{q_{i,j}} : 1 \leq i \leq 7, 0 \leq j \leq k_{i,4}\}$, $q_{i,j}$: n^0 animales de especie i , edad j .
- $\mathcal{M}_2 = \{C, B^\alpha\}$, donde $\alpha = \lceil \sum_{j=1}^{21} q_{1j} \cdot 1.10 \cdot 682 \rceil$
 - ★ α representa la contribución externa de comida (añadida durante el primer año de estudio a fin de que los quebrantahuesos sobrevivan).
 - ★ La constante 1.10 permite garantizar suficiente comida para un crecimiento de la población del 10% (se estima que el crecimiento está en torno a un 4%, pero a fin de evitar problemas, el primer año se hace una sobre-estimación del crecimiento hasta el 10%).
 - ★ La constante 682 indica la cantidad de comida anual (expresada en 1/2 kg) que una pareja de quebrantahuesos necesita para sobrevivir.

Reglas de Reproducción

Regulan la reproducción de los animales del ecosistema que **no son** el quebrantahuesos.

Machos adultos:

$$\star r_0 \equiv [X_{i,j} \xrightarrow{1-k_{i,13}} Y_{i,j}]_1, \quad 2 \leq i \leq 7, k_{i,2} \leq j \leq k_{i,4} \quad (k_{i,13}: \text{ratio de hembras}).$$

Hembras adultas que se reproducen:

$$\star r_1 \equiv [X_{i,j} \xrightarrow{k_{i,5} \cdot k_{i,13}} Y_{i,j} Y_{i0}]_1, \quad 2 \leq i \leq 7, k_{i,2} \leq j < k_{i,3} \quad (k_{i,5}: \text{ratio de fertilidad}).$$

Hembras adultas fértiles que no se reproducen:

$$\star r_2 \equiv [X_{i,j} \xrightarrow{(1-k_{i,5}) \cdot k_{i,13}} Y_{i,j}]_1, \quad 2 \leq i \leq 7, k_{i,2} \leq j < k_{i,3}.$$

Hembras adultas no fértiles:

$$\star r_3 \equiv [X_{i,j} \xrightarrow{k_{i,13}} Y_{i,j}]_1, \quad 2 \leq i \leq 7, k_{i,3} \leq j \leq k_{i,4}.$$

Animales jóvenes que no se reproducen:

$$\star r_4 \equiv [X_{i,j} \longrightarrow Y_{i,j}]_1, \quad 2 \leq i \leq 7, 0 \leq j < k_{i,2}.$$

Reglas de “Crecimiento”

Regulan la “reproducción” de los quebrantahuesos.

- * En nuestro modelo, el crecimiento de la población del quebrantahuesos depende de la población flotante y del entorno.

La tasa de crecimiento anual ⁷ ha sido obtenida experimentalmente.

Quebrantahuesos que no han llegado a su esperanza de vida:

- * $r_5 \equiv [X_{1,j} \xrightarrow{k_{1,6} \cdot (1-k_{1,10})} Y_{1,k_{1,2}} Y_{1,j}]_1, k_{1,2} \leq j < k_{1,4}$ ($k_{1,6}$: ratio crecimiento población)
($k_{1,10}$: ratio mortalidad adultos)
- * $r_6 \equiv [X_{1,j} \xrightarrow{(1-k_{1,6}) \cdot (1-k_{1,10})} Y_{1,j}]_1, k_{1,2} \leq j < k_{1,4}$.

Quebrantahuesos que han llegado a su esperanza de vida:

- * $r_7 \equiv [X_{1,j} \xrightarrow{k_{1,6}} Y_{1,k_{1,2}} Y_{1,j}]_1, j = k_{1,4}$.
- * $r_8 \equiv [X_{1,j} \xrightarrow{1-k_{1,6}} Y_{1,j}]_1, j = k_{1,4}$.

⁷R. Heredia. Status y distribución del quebrantahuesos en España y diagnóstico de la situación de la población en la UE. En A. Margalida, R. Heredia (eds). *Biología de la conservación del quebrantahuesos Gypaetus barbatus en España*, Organismo Autónomo, Parques Nacionales, Madrid (2005)

Reglas de Mortalidad Natural

Regulan la mortalidad de los animales que intervienen en el ecosistema.

(a) Animales jóvenes.

Los que sobreviven:

$$\star r_9 \equiv Y_{i,j}[]_2 \xrightarrow{1-k_{i,7}-k_{i,8}} [Z_{i,j}]_2 : 1 \leq i \leq 7, 0 \leq j < k_{i,1} \quad (k_{i,7}: \text{ratio jóvenes retirados}) \\ (k_{i,8}: \text{ratio mortalidad jóvenes})$$

Los que mueren:

$$\star r_{10} \equiv Y_{i,j}[]_2 \xrightarrow{k_{i,8}} [B^{k_{i,11}}]_2 : 1 \leq i \leq 7, 0 \leq j < k_{i,1}.$$

Los que son retirados del ecosistema:

$$\star r_{11} \equiv [Y_{i,j} \xrightarrow{k_{i,7}} \lambda]_1 : 1 \leq i \leq 7, 0 \leq j < k_{i,1}.$$

(b) Animales adultos que no llegan a su esperanza de vida:

Los que sobreviven:

$$\star r_{12} \equiv Y_{i,j}[]_2 \xrightarrow{1-k_{i,10}} [Z_{i,j}]_2 : 1 \leq i \leq 7, k_{i,1} \leq j < k_{i,4} \quad (k_{i,10}: \text{ratio mortalidad adultos})$$

Los que mueren:

$$\star r_{13} \equiv Y_{i,j}[]_2 \xrightarrow{k_{i,10}} [B^{k_{i,12}}]_2 : 1 \leq i \leq 7, k_{i,1} \leq j < k_{i,4}.$$

Reglas de Mortalidad

(c) Animales que llegan a su esperanza de vida:

Aquellos animales que no son quebrantahuesos y mueren en el ecosistema:

$$\star r_{14} \equiv Y_{i,j} []_2 \xrightarrow{k_{i,9} + (1-k_{i,9}) \cdot k_{i,10}} [B^{k_{i,12}}]_2 : 2 \leq i \leq 7, j = k_{i,4}$$

($k_{i,9}$: ratio mortalidad jóvenes; $k_{i,10}$: ratio mortalidad adultos)

Aquellos animales que no son quebrantahuesos y son retirados del ecosistema:

$$\star r_{15} \equiv [Y_{i,j} \xrightarrow{(1-k_{i,9}) \cdot (1-k_{i,10})} \lambda]_1 : 2 \leq i \leq 7, j = k_{i,4}.$$

Aquellos para los que el crecimiento de la población no depende de la tasa de fertilidad (los quebrantahuesos):

$$\star r_{16} \equiv Y_{1,j} []_2 \longrightarrow [Z_{1,k_{1,2}}]_2 : j = k_{i,4}.$$

Reglas de Alimentación

Regulan el paso al “siguiente” ciclo, de aquellos animales que se han alimentado, suficientemente (un objeto $Z_{i,j}$ pasará a ser un objeto $X_{i,j+1}$).

Para los bovidos que han llegado hasta aquí, no hay problema de comida.

En cambio, de los quebrantahuesos, sólo sobrevivirán aquellos que se hayan alimentado, adecuadamente.

$$\star r_{17} \equiv [Z_{i,j} B^{k_{i,14}}]_2 \rightarrow X_{i,j+1} []_2^+ : 1 \leq i \leq 7, 0 \leq j \leq k_{i,4}.$$

Nota 1: $k_{1,14}$ es la ratio de comida necesaria para una pareja de quebrantahuesos.

Nota 2: Si $2 \leq i \leq 7$ entonces $k_{i,14} = 0$. Luego, en estos casos, la regla r_{17} se aplicará siempre, para todos los objetos $Z_{i,j}$, proporcionando objetos $X_{i,j+1}$.

Reglas de hacer balance al final del ciclo

Regulan el número de quebrantahuesos, según haya comido adecuadamente o no

- ★ Los objetos $Z_{1,j}$ que hayan “llegado” hasta aquí, representan quebrantahuesos que no han comido suficiente.

Además, los posibles huesos sobrantes se degradan con el tiempo y hay que eliminarlos del ecosistema.

Eliminación de los huesos restantes:

- ★ $r_{18} \equiv [B]_2^+ \rightarrow []_2$.

Animales adultos que mueren por falta de comida:

- ★ $r_{19} \equiv [Z_{1,j}]_2^+ \rightarrow [\lambda]_2 : k_{i,1} \leq j \leq k_{i,4}$

(“quebrantahueso no come hueso de quebrantahueso”)

Animales jóvenes que mueren por falta de comida:

- ★ $r_{20} \equiv [Z_{1,j}]_2^+ \rightarrow [\lambda]_2 : j < k_{i,1}$

Si la comida existente es suficiente, entonces el objeto C cambia la polarización:

- ★ $r_{21} \equiv [C]_2^+ \rightarrow [C]_2$.

Constantes asociadas a las reglas

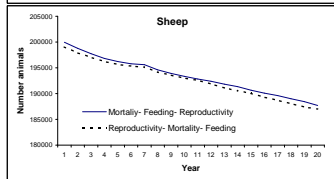
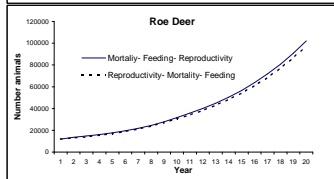
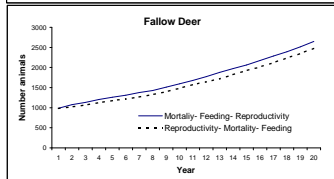
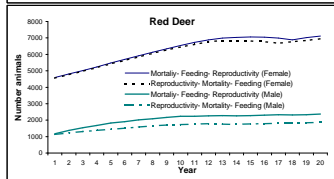
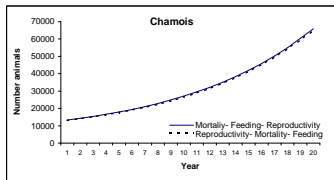
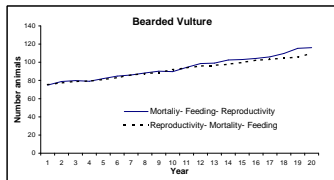
- $k_{i,1}$: age at which adult size is reached (age at which the animal consumes food as an adult does, and at which, if the animal dies, the amount of biomass it leaves behind is similar to the total left by an adult).
- $k_{i,2}$: age at which it starts to be fertile.
- $k_{i,3}$: age at which it stops being fertile.
- $k_{i,4}$: average life expectancy in the ecosystem.
- $k_{i,5}$: fertility ratio (this quantity is expressed in terms of 1).
- $k_{i,6}$: population growth (this quantity is expressed in terms of 1).
- $k_{i,7}$: young animals retired from the ecosystem (this quantity is expressed in terms of 1).
- $k_{i,8}$: natural mortality ratio in young animals (this quantity is expressed in terms of 1).
- $k_{i,9}$: 0 if the live animals are retired at age $k_{i,4}$, 1 otherwise.
- $k_{i,10}$: mortality ratio in adult animals (this quantity is expressed in terms of 1).
- $k_{i,11}$: amount of bones from young animals.
- $k_{i,12}$: amount of bones from adult animals.
- $k_{i,13}$: proportion of females in the population (this quantity is expressed in terms of 1).
- $k_{i,14}$: if $i = 1$ is the amount of food necessary per year and breeding pair (1 unit is equal to 0'5 kgs of bones), if $i \neq 1$, then $k_{i,14} = 0$.

Valores de las constantes $k_{i,j}$ usadas en nuestro modelo

	$k_{i,1}$	$k_{i,2}$	$k_{i,3}$	$k_{i,4}$	$k_{i,5}$	$k_{i,6}$	$k_{i,7}$	$k_{i,8}$
B.V.	1	8	20	21	0.38	0.04	0	0.06
P.Ch.	1	2	18	18	0.75	0	0	0.60
R.D.F.	1	2	17	17	0.75	0	0	0.34
R.D.M.	1	2	0	20	0	0	0	0.34
F.D.	1	2	12	12	0.55	0	0	0.50
R.D.	1	1	10	10	1.00	0	0	0.58
Sh.	1	2	8	8	0.75	0	0.57	0.15

	$k_{i,9}$	$k_{i,10}$	$k_{i,11}$	$k_{i,12}$	$k_{i,13}$	$k_{i,14}$
B.V.	1	0.12	0	0	0.50	682
P.Ch.	1	0.06	6	12	0.55	0
R.D.F.	1	0.06	15	30	1.00	0
R.D.M.	1	0.36	24	48	0	0
F.D.	1	0.06	2	4	0.75	0
R.D.	1	0.06	1	2	0.67	0
Sh.	0	0.03	7	14	0.96	0

Discusión y Resultados (I)



Robustez del modelo

Estimación del número de animales en 1994

Age	Bearded Vulture	Chamois	Red deer female	Red deer male	Fallow deer	Roe deer	Sheep
1	0	741	167	58	83	121	20832
2	0	740	133	44	73	121	20208
3	0	668	107	35	69	121	19601
4	0	667	85	28	63	121	19014
5	0	667	68	23	59	109	18443
6	0	596	41	14	55	108	17890
7	0	594	33	11	51	108	17353
8	2	518	26	9	47	96	16659
9	2	517	21	7	35	96	0
10	2	444	17	5	33	0	0
11	2	444	13	5	30	0	0
12	2	444	11	4	0	0	0
13	2	373	9	3	0	0	0
14	1	373	7	2	0	0	0
15	1	372	5	2	0	0	0
16	1	296	4	1	0	0	0
17	1	296	3	1	0	0	0
18	1	252	0	0	0	0	0
19	1	0	0	0	0	0	0
20	1	0	0	0	0	0	0
21	1	0	0	0	0	0	0

Estimación del número de animales en 2008

Age	Bearded Vulture	Chamois	Red deer female	Red deer male	Fallow deer	Roe deer	Sheep
1	0	988	978	254	125	1210	27776
2	0	987	780	192	110	1207	26944
3	0	890	625	154	103	1207	26135
4	0	889	500	124	95	1207	25352
5	0	889	400	99	89	1085	24591
6	0	795	240	60	83	1083	23854
7	0	792	195	48	77	1083	23137
8	6	690	155	38	71	959	22212
9	6	689	123	30	52	959	0
10	6	592	97	24	50	0	0
11	6	592	78	20	45	0	0
12	5	592	62	16	0	0	0
13	5	497	50	12	0	0	0
14	5	497	40	10	0	0	0
15	5	496	32	8	0	0	0
16	5	395	25	6	0	0	0
17	5	394	20	5	0	0	0
18	5	336	0	0	0	0	0
19	5	0	0	0	0	0	0
20	5	0	0	0	0	0	0
21	5	0	0	0	0	0	0

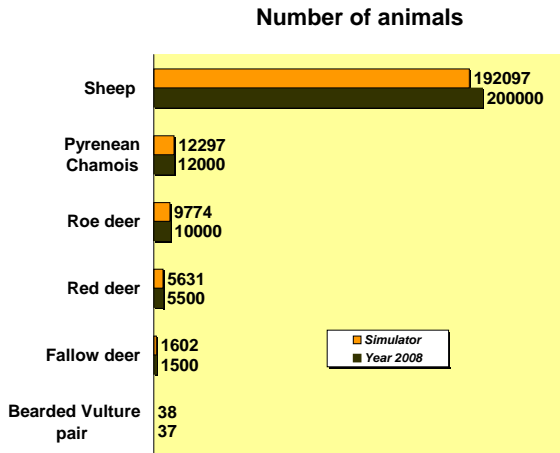
Resultados proporcionados por el modelo

Year	Bearded Vulture	Pyrenean Chamois	Pyrenean Chamois	Red deer	Fallow deer	Roe Deer	Sheep
1994	20	9000		1000	600	1000	150000
1995	21	9541		1115	667	1213	152074
1996	21	10023		1263	710	1371	153951
1997	22	10590		1432	758	1568	156183
1998	23	11121		1617	808	1812	158571
1999	24	11718		1834	859	2106	161318
2000	25	12366		2087	908	2469	164391
2001	27	13032		2368	967	2906	167914
2002	28	13767		2705	1032	3459	171940
2003	29	14597		3067	1111	4132	174713
2004	31	15488	10000	3470	1202	4969	177973
2005	33	16468	10594	3917	1297	5883	181300
2006	35	17508	11133	4437	1399	6974	184790
2007	36	18647	11709	5004	1495	8272	188357
2008	38	19866	12297	5631	1602	9774	192097

Nota importante:

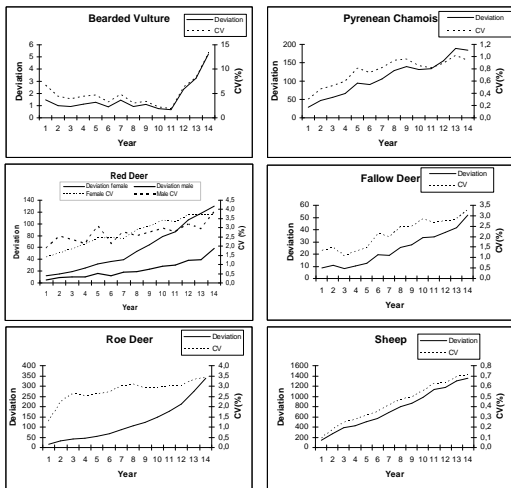
- ★ Poco antes de 2004, la población de rebecos estuvo afectada por una enfermedad (causada por unos pestivirus) que hizo decrecer la población hasta 10.000 individuos, en 2004.
- ★ En la tercera columna, aparecen los resultados proporcionados por el modelo, sin tener en cuenta este hecho.
- ★ En la cuarta columna, sí se tuvo en cuenta.

Discusión y Resultados (II)



Average number of animals simulator vs census estimated in 2008

Discusión y Resultados (III)



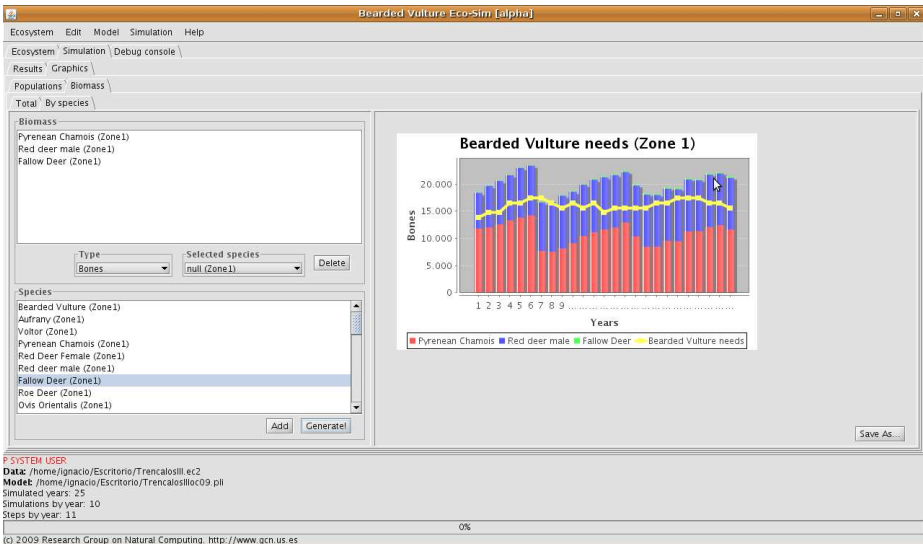
Desviación y coeficiente de variación

Coefficiente de variación (porcentaje de desviación de la media) en las especies durante los 14 años:

- Para el quebrantahuesos, no excede del 14%.
- Para el resto de las especies, no excede del 5%.
- Debido al bajo número de parejas de quebrantahuesos, su coeficiente de variación es mayor.

Análisis de viabilidad de la población

Probabilidad de que una especie se extinga al cabo de un número de años.



Idea general para incorporar la regulación de la población

Parámetros nuevos:

- ★ $d_{i,1}$: capacidad de carga de la especie i .
- ★ $d_{i,2}$: número de animales de la especie i que sobrevivirán tras la regulación.

Objetos específicos que se añaden:

- ★ D_i : chequear si se ha alcanzado la capacidad de carga de la especie i .
- ★ a_i : implementar la capacidad de carga de la especie i , a fin de regular la población.
- ★ d_i : generar los a_i .
- ★ e_i : incorporar aleatoriedad en la capacidad de carga de la especie i .

En la configuración inicial debería aparecer

$$\mathcal{M}_1 = \{X_{i,j}^{q_{i,j}}, d_i \mid 1 \leq i \leq 7, 0 \leq j \leq k_{i,4}\}$$

Idea general para incorporar la regulación de la población

Y se añadirán las reglas

$$\star d_i []_2 \longrightarrow [d_i a_i^{0.9 \cdot d_{i,1}} e_i^{0.2 \cdot d_{i,1}}]_2$$

$$\star [e_i]_2 \xrightarrow{0.5} [a_i]_2^+$$

$$\star [e_i]_2 \xrightarrow{0.5} [\#]_2^+$$

En las **reglas de mortalidad natural**, cada vez que sobreviva un animal de la especie i , añadiremos un objeto D_i .

Por ejemplo, en la regla de supervivencia de jóvenes:

$$\star r_9 \equiv Y_{i,j} []_2 \xrightarrow{1 - k_{i,7} - k_{i,8}} [Z_{i,j}]_2 : 1 \leq i \leq 7, 0 \leq j < k_{i,1}.$$

escribiremos:

$$\star r'_9 \equiv Y_{i,j} []_2 \xrightarrow{1 - k_{i,7} - k_{i,8}} [Z_{i,j} D_i]_2 : 1 \leq i \leq 7, 0 \leq j < k_{i,1}.$$

Idea general para incorporar la regulación de la población

Antes de las **reglas de alimentación** se ejecutarán las **reglas de regulación** de la población. Para ello, hemos de “cargarnos” a $d_{i,1} - d_{i,2}$ ejemplares de la especie i .

$$\star [D_i^{d_{i,1}} a_i^{d_{i,1}-d_{i,2}} \rightarrow \#]_2^+ : 1 \leq i \leq 7.$$

Tras ejecutar la regla anterior, la multiplicidad de a_i representará el número de animales de la especie i que han superado la regulación de la población. Sólo a esos se les permitira alimentarse.

Por ello, por ejemplo, la regla

$$\star r_{17} \equiv [Z_{i,j} B^{k_i,14}]_2 \rightarrow X_{i,j+1} []_2^+ : 1 \leq i \leq 7, 0 \leq j \leq k_{i,4}.$$

será sustituida por esta otra:

$$\star r'_{17} \equiv [Z_{i,j} a_i B^{k_i,14}]_2 \rightarrow X_{i,j+1} []_2^+ : 1 \leq i \leq 7, 0 \leq j \leq k_{i,4}.$$

Idea general para incorporar la regulación de la población

En el balance de fin de ciclo, los restantes objetos a_i, D_i se eliminarán, mientras que un objeto d_i continuará para reiniciar el ciclo:

- * $[a_i]_2^+ \rightarrow []_2 : 1 \leq i \leq 7.$
- * $[D_i]_2^+ \rightarrow []_2 : 1 \leq i \leq 7.$
- * $[d_i]_2^+ \rightarrow d_i []_2 : 1 \leq i \leq 7.$