

# Computación Bio–inspirada

## Tema 6: Modelos de Computación Celular con Membranas

David Orellana Martín  
Mario de J. Pérez Jiménez

Grupo de Investigación en Computación Natural  
Dpto. Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial  
Universidad de Sevilla

dorellana@us.es (<http://www.cs.us.es/~dorellana/>)

marper@us.es (<http://www.cs.us.es/~marper/>)

**Máster Universitario en Lógica, Computación e Inteligencia Artificial**

Curso 2024-2025



# Índice

- ♣ Las células de los organismos vivos.
- ♣ El paradigma de la computación celular con membranas.
- ♣ Modelos de computación celular con membranas.
- ♣ Sistemas P básicos de transición.
  - ★ Sintaxis.
  - ★ Semántica.
- ♣ Ejemplo de un sistema P **generador**.

# La célula (I)

Procesos esenciales para la **Vida**:

- \* Replicación del ADN.
- \* Producción de energía.
- \* Síntesis de proteínas.
- \* Procesos metabólicos.

**Célula:** entidad básica de la Vida.

- ★ Estructura compleja y, a la vez, muy organizada.
- ★ Permite ejecución simultánea de reacciones químicas.

# La célula (II)

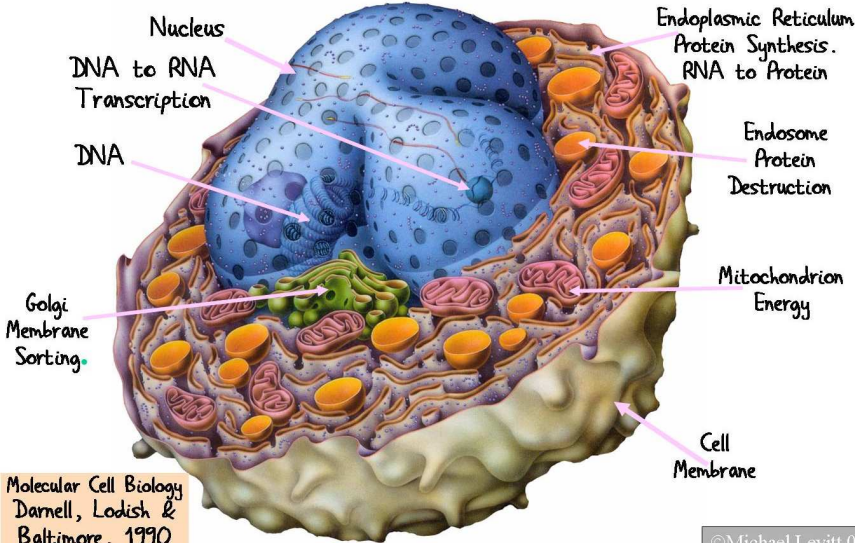
Partes de una célula:

- ★ Una especie de piel (**membrana plásmica**)
- ★ El corazón de la célula (**núcleo**), que almacena el ADN
- ★ El resto de la célula (**citoplasma**), que contiene:
  - La **mitocondria**: se encarga de producir energía.
  - El **aparato de Golgi**: fábrica de proteínas.
  - El **retículo endoplásmico**: red de membranas interconectadas.
  - Los **lisosomas**: estómagos de las células.

Existen dos tipos de células:

- ★ **Procariotas**: carecen de un núcleo bien definido (propias de los organismos unicelulares).
- ★ **Eucariotas**: poseen un núcleo rodeado por una doble membrana (específicas de animales y plantas).

# La célula (III)



Molecular Cell Biology  
Darnell, Lodish &  
Baltimore, 1990



©Michael Levitt 06

# Las membranas biológicas

- ★ Involucradas en la mayoría de reacciones químicas
- ★ Canales selectivos de comunicación (barreras **semipermeables**).
- ★ Controlan un flujo de datos; es decir, de **información**:
- ★ Premio Nobel de Química 2003: **P. Agre y R. MacKinnon** (canales proteínicos de las membranas).

# Células versus máquinas

En una **célula viva**:

- ★ Cada **membrana** trabaja con **compuestos** químicos de acuerdo con unas **reacciones** específicas

En una **máquina paralela**:

- ★ Cada **procesador** trabaja con **datos** de acuerdo con un **programa** específico

Célula	Máquina
Membranas	Procesadores
Compuestos químicos	Datos
Reacciones químicas	Instrucciones

# Paradigma de la computación celular con membranas

**Membrane Computing:** Gh. Păun, 1998–2000.

- \* Modelos de computación (**sistemas de membranas** o **sistemas P**):
  - \* Orientados a máquinas.
  - \* No deterministas.
  - \* Distribuidos.
  - \* Paralelos y maximales.
- \* Los modelos de computación celular pueden trabajar:
  - \* A modo de células (**cell-like**).
  - \* A modo de tejidos (**tissue-like**).
  - \* A modo de neuronas (**neural-like**).

# Sistemas P básicos de transición (a modo de células)

Ingredientes **sintácticos**:

- ★ **Alfabeto de trabajo**(los elementos se denominan **objetos**).
- ★ Un subconjunto del alfabeto de trabajo (objetos de **entrada**).
- ★ Una **estructura de unidades de procesos** (membranas): **árbol enraizado**.
- ★ Un **multiconjunto** asociado a cada unidad de proceso.
- ★ Un conjunto finito de **reglas de evolución**.
- ★ Un **entorno pasivo**: **sólo recibe objetos**.
- ★ Una membrana distinguida (de **entrada**) y una zona distinguida (de **salida**), que puede ser una membrana o el entorno.

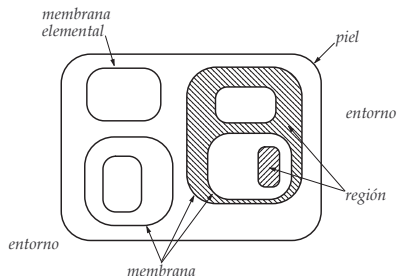
# Sistemas P básicos de transición

Ingredientes **semánticos**:

- ★ **Configuración** o descripción instantánea del sistema.
  - \* **Configuraciones iniciales.**
- ★ **Aplicabilidad de las reglas** a una configuración.
- ★ **Transición** de una configuración a otra.
- ★ **Computación** a partir de una configuración inicial.

# Sistemas P básicos de transición

Una **estructura de membranas** (diagrama de Venn):



Formalmente, una estructura de membranas es un **árbol enraizado**:

- ★ La raíz del árbol es la membrana piel.
- ★ Las hojas son las membranas elementales.
- ★ En este contexto, el “padre” de la membrana piel es el “entorno” del sistema.

# Sistemas P básicos de transición: Sintaxis

**Sistema P básico de transición** de grado  $q \geq 1$ :

$$\Pi = (\Gamma, \Sigma, \mu, \mathcal{M}_1, \dots, \mathcal{M}_q, (\mathcal{R}_1, \rho_1), \dots, (\mathcal{R}_q, \rho_q), i_{in}, i_{out})$$

en donde:

- \*  $\Gamma$  es un alfabeto (**objetos**) y  $\Sigma \subsetneq \Gamma$ .
- \*  $\mu$  es una **estructura de membranas** de grado  $q$ : membranas etiquetadas biyectivamente con elementos de  $\{1, \dots, q\}$  (0 es la etiqueta del entorno).
- \* Para cada  $i$ ,  $1 \leq i \leq q$ :
  - ★  $\mathcal{M}_i$  es un multiconjunto finito sobre  $\Gamma \setminus \Sigma$ .
  - ★  $\mathcal{R}_i$  es un conjunto de **reglas de evolución** asociadas a la membrana  $i$ , del tipo  $u \rightarrow v$ , con  $v = (v_1, here) (v_2, out) (v_3, in_j)$  o bien  $v = (v_1, here) (v_2, out) (v_3, in_j) \delta$ , siendo  $u, v_1, v_2, v_3$  multiconjuntos sobre  $\Gamma$  y  $\delta$  es un símbolo distinguido.
  - ★  $\rho_i$  es un orden parcial estricto sobre  $\mathcal{R}_i$  (**prioridades**: una regla tiene mayor prioridad que otra ...).
  - ★  $i_{in} \in \{1, \dots, q\}$  representa la **membrana de entrada** del sistema.
  - ★  $i_{out} \in \{0, 1, \dots, q\}$  representa la **zona de salida** del sistema.

# Sistemas P básicos de transición: Semántica

**Configuración inicial** de  $\Pi$ :  $(\mu, \mathcal{M}_1, \dots, \mathcal{M}_q)$

**Configuración inicial** de  $\Pi$  asociada a un multiconjunto  $m$  sobre  $\Sigma$ :

$$(\mu, \mathcal{M}_1, \dots, \mathcal{M}_{i_{in}} + m, \dots, \mathcal{M}_q)$$

**Configuración** de  $\Pi$  en un instante  $t$ : una tupla  $C_t = (\mu', \mathcal{M}'_{i_1}, \dots, \mathcal{M}'_{i_k})$  tal que

- \*  $\{i_1, \dots, i_k\}$  debe contener la etiqueta asociada a la membrana piel.
- \*  $\mu'$ : subárbol de  $\mu$  obtenido al eliminar las membranas distintas de  $i_1, \dots, i_k$ .
- \*  $\mathcal{M}'_{i_1}, \dots, \mathcal{M}'_{i_k}$  son multiconjuntos sobre  $\Gamma \setminus \Sigma$ .

# Sistemas P básicos de transición: Semántica

- \* **Aplicabilidad** de una regla  $u \rightarrow v$  de  $\mathcal{R}_i$  a una configuración  $C_t$ .

## Condiciones necesarias:

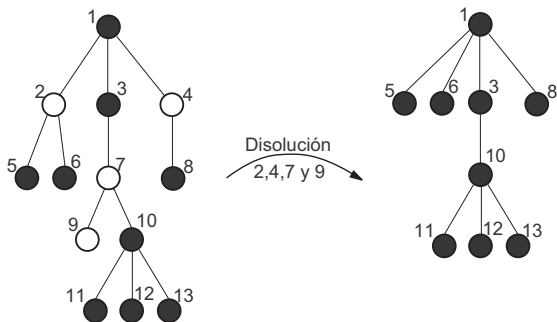
- ★ En la estructura de membranas de  $C_t$  ha de aparecer una membrana etiquetada por  $i$ .
  - ★ El multiconjunto  $u$  ha de estar contenido en esa membrana  $i$  de  $C_t$ .
  - ★ Si  $(v_3, in_j)$  aparece en  $v$ , entonces  $j$  debe ser una hija de esa membrana  $i$  de  $C_t$ .
  - ★ Si  $\delta$  aparece en  $v$ , entonces  $i$  no puede ser la membrana piel ni, en su caso, la membrana de salida.
  - ★ No existe una regla de  $\mathcal{R}_i$  aplicable a  $C_t$  y con *mayor* prioridad que  $u \rightarrow v$ .
- \* Multiconjunto de reglas aplicables a una configuración.
  - \* Las reglas se ejecutan en **paralelo**, de forma **maximal** y **no determinista**.

# Sistemas P básicos de transición: Semántica

Sean  $C' = (\mu', m'_{i_1}, \dots, m'_{i_k})$ ,  $C'' = (\mu'', m''_{j_1}, \dots, m''_{j_l})$  configuraciones de  $\Pi$ :

- ★  $C''$  se obtiene de  $C'$  en **un paso de transición** ejecutando las reglas aplicables de  $\mathcal{R}_{i_1}, \dots, \mathcal{R}_{i_k}$  (de forma **paralela y maximal**) como sigue:
  - si  $u \rightarrow v \in R_{i_s}$  y el multiconjunto  $u$  aparece en una membrana de  $\mu'$  etiquetada por  $i_s$ , entonces
    - ★ El multiconjunto  $u$  se elimina de la membrana  $i_s$ .
    - ★ Si  $(v_1, \textit{here})$  aparece en  $v$ , se añade  $v_1$  a la membrana  $i_s$ .
    - ★ Si  $(v_1, \textit{out})$  aparece en  $v$ , se añade  $v_1$  a la membrana *padre* de  $i_s$  (al entorno si  $i_s$  es la piel).
    - ★ Si  $(v_1, \textit{inj}_j)$  aparece en  $v$ , se añade  $v_1$  a la membrana  $j$  (hija de la membrana  $i_s$ ).
    - ★ Si  $\delta \in v$ , la membrana  $i_s$  se disuelve y su contenido pasa al primer antecesor no disuelto (la piel **no** se puede disolver ni, en su caso, la membrana de salida).
  - **Maximalidad**: tras la ejecución de las reglas no puede quedar un objeto por evolucionar al que se le pueda aplicar alguna regla.

# Ilustración de la ejecución de las reglas de disolución



# Computaciones en sistemas P básicos de transición

Una **computación**  $\mathcal{C}$  es una sucesión (finita o infinita) de configuraciones  $(C_0, C_1, \dots, C_r)$ , con  $r \in \mathbb{N} \cup \{+\infty\}$ , tal que:

- \*  $C_0$  es una configuración inicial de  $\Pi$ .
- \* Para cada  $i < r$ ,  $C_{i+1}$  se obtiene de  $C_i$  por un paso de transición.

$\mathcal{C} = (C_0, C_1, \dots, C_r)$  es una **computación de parada** si  $r \in \mathbb{N}$ . En ese caso, a  $C_r$  (**configuración de parada**) no se le puede aplicar ninguna regla.

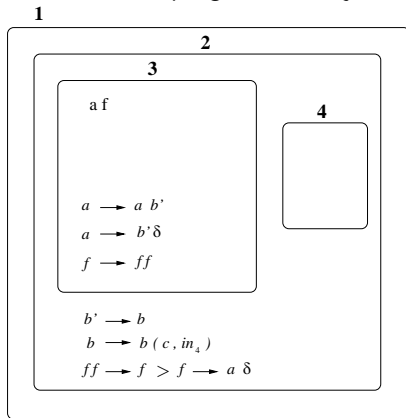
- El **resultado** de una computación de *parada* está codificado por el multi-conjunto asociado a la membrana de salida de la configuración de parada.

Un sistema P básico de transición se puede considerar como:

- ★ Una máquina **generadora** ( $\Sigma = \emptyset$ ).
- ★ Una máquina de **cálculo** ( $\Sigma \neq \emptyset$ ).
- ★ Una máquina de **decisión** o **reconocedora** ( $\text{yes, no} \in \Gamma$  y  $\Sigma \neq \emptyset$ ).

# Ejemplo de un sistema P generador

Un sistema celular con membranas que genera el conjunto  $\{n^2 : n \geq 1\}$ .



Membrana 4: membrana de salida.

- ★ Analizar las computaciones en función del instante  $m \geq 0$  en el que se aplica  $a \rightarrow b' \delta$  por primera vez.

# Traza de las computaciones

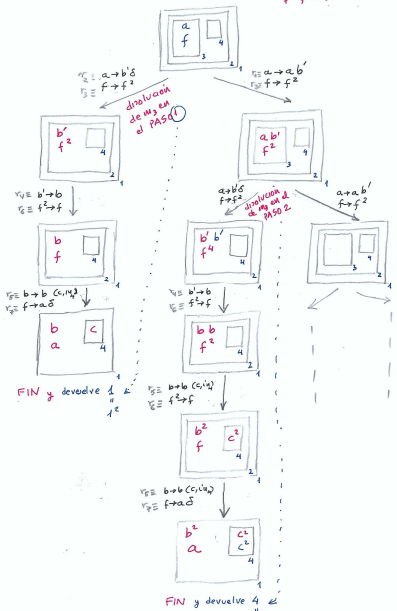
Reglas en membrana 3

$$\begin{cases} r_1 \equiv a \rightarrow a'b' \\ r_2 \equiv a \rightarrow b'\delta \\ r_3 \equiv f \rightarrow f^2 \end{cases}$$

Reglas en membrana 2

$$\begin{cases} r_4 \equiv b' \rightarrow b \\ r_5 \equiv b \rightarrow b(c, i_4) \\ r_6 \equiv f^2 \rightarrow f \\ r_7 \equiv f \rightarrow a\delta \end{cases}$$

con  $r_6 > r_7$



## Contenidos de las membranas a lo largo de la evolución

Paso	Membrana 1	Membrana 2	Membrana 3	Membrana 4
0			$af$	
1			$ab'f^2$	
2			$ab'^2f^{2^2}$	
3			$ab'^3f^{2^3}$	
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$m$			$ab'^mf^{2^m}$	
$m+1$		$b'^{(m+1)}f^{2^{m+1}}$	<i>disuelta</i>	
$m+2$		$b^{m+1}f^{2^m}$	<i>disuelta</i>	
$(m+2)+1$		$b^{m+1}f^{2^{m-1}}$	<i>disuelta</i>	$c^{m+1}$
$(m+2)+2$		$b^{m+1}f^{2^{m-2}}$	<i>disuelta</i>	$c^{2(m+1)}$
$(m+2)+3$		$b^{m+1}f^{2^{m-3}}$	<i>disuelta</i>	$c^{3(m+1)}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$(m+2)+m$		$b^{m+1}f^{2^{m-m}}$	<i>disuelta</i>	$c^{m(m+1)}$
$2m+3$	$ab^{m+1}$	<i>disuelta</i>	<i>disuelta</i>	$c^{(m+1)(m+1)}$