

Computación Bio–inspirada

Tema 6: Modelos de Computación Celular con Membranas

David Orellana Martín
Mario de J. Pérez Jiménez

Grupo de Investigación en Computación Natural
Dpto. Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial
Universidad de Sevilla

dorellana@us.es (<http://www.cs.us.es/~dorellana/>)
marper@us.es (<http://www.cs.us.es/~marper/>)

Máster Universitario en Lógica, Computación e Inteligencia Artificial

Curso 2025-2026



Índice

- ♣ Las células de los organismos vivos.
- ♣ El paradigma de la computación celular con membranas.
- ♣ Modelos de computación celular con membranas.
- ♣ Sistemas P básicos de transición.
 - ★ Sintaxis.
 - ★ Semántica.
- ♣ Ejemplo de un sistema P **generador**.

La célula (I)

Procesos esenciales para la **Vida**:

- * Replicación del ADN.
- * Producción de energía.
- * Síntesis de proteínas.
- * Procesos metabólicos.

Célula: entidad básica de la Vida.

- ★ Estructura compleja y, a la vez, muy organizada.
- ★ Permite ejecución simultánea de reacciones químicas.

La célula (II)

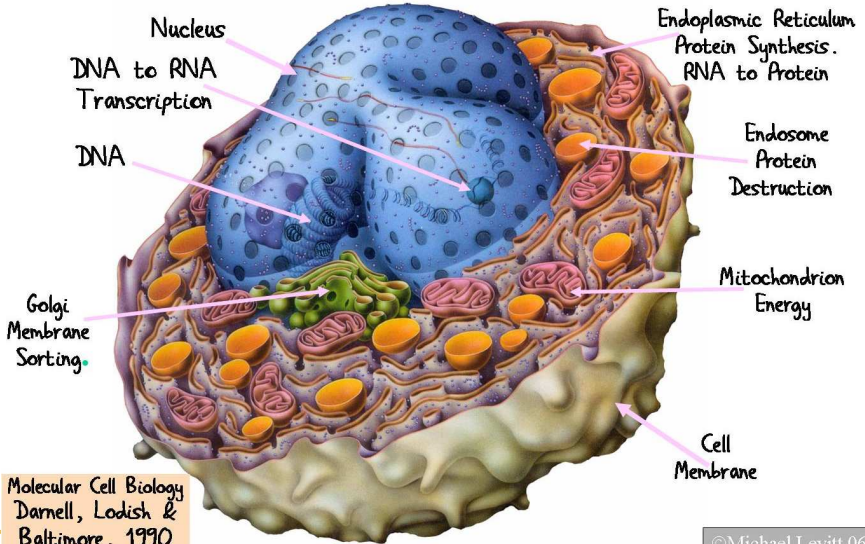
Partes de una célula:

- ★ Una especie de piel (**membrana plásmica**)
- ★ El corazón de la célula (**núcleo**), que almacena el ADN
- ★ El resto de la célula (**citoplasma**), que contiene:
 - La **mitocondria**: se encarga de producir energía.
 - El **aparato de Golgi**: fábrica de proteínas.
 - El **retículo endoplásmico**: red de membranas interconectadas.
 - Los **lisosomas**: estómagos de las células.

Existen dos tipos de células:

- ★ **Procariotas**: carecen de un núcleo bien definido (propias de los organismos unicelulares).
- ★ **Eucariotas**: poseen un núcleo rodeado por una doble membrana (específicas de animales y plantas).

La célula (III)



Las membranas biológicas

- ★ Involucradas en la mayoría de reacciones químicas
- ★ Canales selectivos de comunicación (barreras **semipermeables**).
- ★ Controlan un flujo de datos; es decir, de **información**:
- ★ Premio Nobel de Química 2003: **P. Agre y R. MacKinnon** (canales proteínicos de las membranas).

Células versus máquinas

En una **célula viva**:

- ★ Cada **membrana** trabaja con **compuestos** químicos de acuerdo con unas **reacciones** específicas

En una **máquina paralela**:

- ★ Cada **procesador** trabaja con **datos** de acuerdo con un **programa** específico

Célula	Máquina
Membranas	Procesadores
Compuestos químicos	Datos
Reacciones químicas	Instrucciones

Paradigma de la computación celular con membranas

Membrane Computing: Gh. Păun, 1998–2000.

- * Modelos de computación (**sistemas de membranas** o **sistemas P**):
 - ★ Orientados a máquinas.
 - ★ No deterministas.
 - ★ Distribuidos.
 - ★ Paralelos y maximales.
- * Los modelos de computación celular pueden trabajar:
 - ★ A modo de células (**cell-like**).
 - ★ A modo de tejidos (**tissue-like**).
 - ★ A modo de neuronas (**neural-like**).

Sistemas P básicos de transición (a modo de células)

Ingredientes **sintácticos**:

- ★ **Alfabeto de trabajo**(los elementos se denominan **objetos**).
- ★ Un subconjunto del alfabeto de trabajo (objetos de **entrada**).
- ★ Una **estructura de unidades de procesos** (membranas): árbol enraizado.
- ★ Un **multiconjunto** asociado a cada unidad de proceso.
- ★ Un conjunto finito de **reglas de evolución**.
- ★ Un **entorno pasivo**: sólo recibe objetos.
- ★ Una membrana distinguida (de **entrada**) y una zona distinguida (de **salida**), que puede ser una membrana o el entorno.

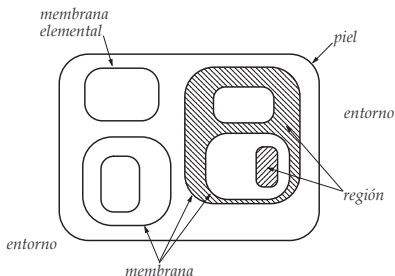
Sistemas P básicos de transición

Ingredientes **semánticos**:

- ★ **Configuración** o descripción instantánea del sistema.
 - * **Configuraciones iniciales.**
- ★ **Aplicabilidad de las reglas** a una configuración.
- ★ **Transición** de una configuración a otra.
- ★ **Computación** a partir de una configuración inicial.

Sistemas P básicos de transición

Una **estructura de membranas** (diagrama de Venn):



Formalmente, una estructura de membranas es un **árbol enraizado**:

- ★ La raíz del árbol es la membrana piel.
- ★ Las hojas son las membranas elementales.
- ★ En este contexto, el “padre” de la membrana piel es el “entorno” del sistema.

Sistemas P básicos de transición: Sintaxis

Sistema P básico de transición de grado $q \geq 1$:

$$\Pi = (\Gamma, \Sigma, \mu, \mathcal{M}_1, \dots, \mathcal{M}_q, (\mathcal{R}_1, \rho_1), \dots, (\mathcal{R}_q, \rho_q), i_{in}, i_{out})$$

en donde:

- * Γ es un alfabeto (**objetos**) y $\Sigma \subsetneq \Gamma$.
- * μ es una **estructura de membranas** de grado q : membranas etiquetadas biyectivamente con elementos de $\{1, \dots, q\}$ (0 es la etiqueta del entorno).
- * Para cada i , $1 \leq i \leq q$:
 - ★ $\mathcal{M}_i$ es un multiconjunto finito sobre $\Gamma \setminus \Sigma$.
 - ★ $\mathcal{R}_i$ es un conjunto de **reglas de evolución** asociadas a la membrana i , del tipo $u \rightarrow v$, con $v = (v_1, here) (v_2, out) (v_3, in_j)$ o bien $v = (v_1, here) (v_2, out) (v_3, in_j) \delta$, siendo u, v_1, v_2, v_3 multiconjuntos sobre Γ y δ es un símbolo distinguido.
 - ★ ρ_i es un orden parcial estricto sobre $\mathcal{R}_i$ (**prioridades**: una regla tiene mayor prioridad que otra ...).
 - ★ $i_{in} \in \{1, \dots, q\}$ representa la **membrana de entrada** del sistema.
 - ★ $i_{out} \in \{0, 1, \dots, q\}$ representa la **zona de salida** del sistema.

Sistemas P básicos de transición: Semántica

Configuración inicial de Π : $(\mu, \mathcal{M}_1, \dots, \mathcal{M}_q)$

Configuración inicial de Π asociada a un multiconjunto m sobre Σ :

$$(\mu, \mathcal{M}_1, \dots, \mathcal{M}_{i_{in}} + m, \dots, \mathcal{M}_q)$$

Configuración de Π en un instante t : una tupla $C_t = (\mu', \mathcal{M}'_{i_1}, \dots, \mathcal{M}'_{i_k})$ tal que

- * $\{i_1, \dots, i_k\}$ debe contener la etiqueta asociada a la membrana piel.
- * μ' : subárbol de μ obtenido al eliminar las membranas distintas de $i_1, \dots, i_k$.
- * $\mathcal{M}'_{i_1}, \dots, \mathcal{M}'_{i_k}$ son multiconjuntos sobre $\Gamma \setminus \Sigma$.

Sistemas P básicos de transición: Semántica

- * **Aplicabilidad** de una regla $u \rightarrow v$ de $\mathcal{R}_i$ a una configuración C_t .

Condiciones necesarias:

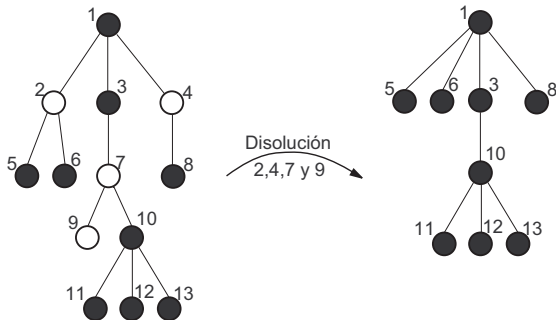
- ★ En la estructura de membranas de C_t ha de aparecer una membrana etiquetada por i .
 - ★ El multiconjunto u ha de estar contenido en esa membrana i de C_t .
 - ★ Si (v_3, in_j) aparece en v , entonces j debe ser una hija de esa membrana i de C_t .
 - ★ Si δ aparece en v , entonces i no puede ser la membrana piel ni, en su caso, la membrana de salida.
 - ★ No existe una regla de $\mathcal{R}_i$ aplicable a C_t y con *mayor* prioridad que $u \rightarrow v$.
- * Multiconjunto de reglas aplicables a una configuración.
 - * Las reglas se ejecutan en **paralelo**, de forma **maximal** y **no determinista**.

Sistemas P básicos de transición: Semántica

Sean $C' = (\mu', m'_{i_1}, \dots, m'_{i_k})$, $C'' = (\mu'', m''_{j_1}, \dots, m''_{j_l})$ configuraciones de Π :

- ★ C'' se obtiene de C' en **un paso de transición** ejecutando las reglas aplicables de $\mathcal{R}_{i_1}, \dots, \mathcal{R}_{i_k}$ (de forma **paralela y maximal**) como sigue:
 - si $u \rightarrow v \in R_{i_s}$ y el multiconjunto u aparece en una membrana de μ' etiquetada por i_s , entonces
 - ★ El multiconjunto u se elimina de la membrana i_s .
 - ★ Si (v_1, here) aparece en v , se añade v_1 a la membrana i_s .
 - ★ Si (v_1, out) aparece en v , se añade v_1 a la membrana *padre* de i_s (al entorno si i_s es la piel).
 - ★ Si (v_1, inj) aparece en v , se añade v_1 a la membrana j (hija de la membrana i_s).
 - ★ Si $\delta \in v$, la membrana i_s se disuelve y su contenido pasa al primer antecesor no disuelto (la piel **no** se puede disolver ni, en su caso, la membrana de salida).
 - **Maximalidad**: tras la ejecución de las reglas no puede quedar un objeto por evolucionar al que se le pueda aplicar alguna regla.

Ilustración de la ejecución de las reglas de disolución



Computaciones en sistemas P básicos de transición

Una **computación** $\mathcal{C}$ es una sucesión (finita o infinita) de configuraciones $(C_0, C_1, \dots, C_r)$, con $r \in \mathbb{N} \cup \{+\infty\}$, tal que:

- * C_0 es una configuración inicial de Π .
- * Para cada $i < r$, C_{i+1} se obtiene de C_i por un paso de transición.

$\mathcal{C} = (C_0, C_1, \dots, C_r)$ es una **computación de parada** si $r \in \mathbb{N}$. En ese caso, a C_r (**configuración de parada**) no se le puede aplicar ninguna regla.

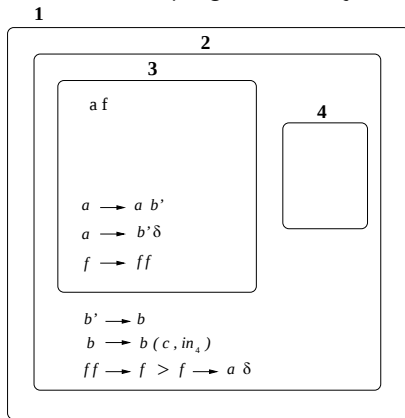
- El **resultado** de una computación de *parada* está codificado por el multi-conjunto asociado a la membrana de salida de la configuración de parada.

Un sistema P básico de transición se puede considerar como:

- ★ Una máquina **generadora** ($\Sigma = \emptyset$).
- ★ Una máquina de **cálculo** ($\Sigma \neq \emptyset$).
- ★ Una máquina de **decisión** o **reconocedora** ($\text{yes, no} \in \Gamma$ y $\Sigma \neq \emptyset$).

Ejemplo de un sistema P generador

Un sistema celular con membranas que genera el conjunto $\{n^2 : n \geq 1\}$.



Membrana 4: membrana de salida.

★ Analizar las computaciones en función del instante $m \geq 0$ en el que se aplica $a \rightarrow b' \delta$ por primera vez.

Traza de las computaciones

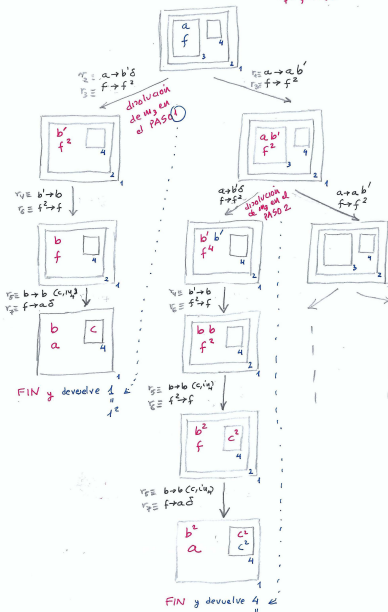
Reglas en
membrana 3

$$\begin{cases} r_1 \equiv a \rightarrow a b' \\ r_2 \equiv a \rightarrow b' \delta \\ r_3 \equiv f \rightarrow f^2 \end{cases}$$

Reglas en
membrana 2

$$\begin{cases} r_4 \equiv b' \rightarrow b \\ r_5 \equiv b \rightarrow b (c, i_{41}) \\ r_6 \equiv f^2 \rightarrow f \\ r_7 \equiv f \rightarrow a \delta \end{cases}$$

con $\tau_6 > \tau_7$



Contenidos de las membranas a lo largo de la evolución

Paso	Membrana 1	Membrana 2	Membrana 3	Membrana 4
0			af	
1			$ab'f^2$	
2			$ab'^2f^{2^2}$	
3			$ab'^3f^{2^3}$	
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
m			$ab'^mf^{2^m}$	
$m+1$		$b'^{(m+1)}f^{2^{m+1}}$	<i>disuelta</i>	
$m+2$		$b^{m+1}f^{2^m}$	<i>disuelta</i>	
$(m+2)+1$		$b^{m+1}f^{2^{m-1}}$	<i>disuelta</i>	c^{m+1}
$(m+2)+2$		$b^{m+1}f^{2^{m-2}}$	<i>disuelta</i>	$c^{2(m+1)}$
$(m+2)+3$		$b^{m+1}f^{2^{m-3}}$	<i>disuelta</i>	$c^{3(m+1)}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$(m+2)+m$		$b^{m+1}f^{2^{m-m}}$	<i>disuelta</i>	$c^{m(m+1)}$
$2m+3$	ab^{m+1}	<i>disuelta</i>	<i>disuelta</i>	$c^{(m+1)(m+1)}$