

# Computación Bio–inspirada

## Tema 7: Sistemas P que trabajan a modo de células y a modo de tejidos

David Orellana Martín  
Mario de J. Pérez Jiménez

Grupo de Investigación en Computación Natural  
Dpto. Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial  
Universidad de Sevilla

dorellana@us.es (<http://www.cs.us.es/~dorellana/>)

marper@us.es (<http://www.cs.us.es/~marper/>)

**Máster Universitario en Lógica, Computación e Inteligencia Artificial**  
Curso 2025–2026



# Índice

- ♣ Sistemas P que trabajan a modo de células.
  - Sistemas P básicos de transición (introducidos en el tema anterior).
  - Sistemas P con membranas activas.
- ♣ Sistemas P que trabajan a modo de tejidos.
  - Sistemas P de tejidos con reglas symport/antiport.
  - Sistemas P de tejidos con división celular.

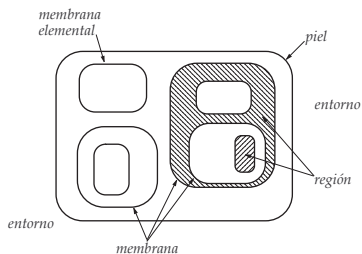
# Sistemas P que trabajan a modo de células

Unidades de proceso: **membranas**.

Ingredientes sintácticos:

- ★ Un **alfabeto**, cuyos elementos se denominan **objetos** (y un subalfabeto: de entrada).
- ★ Una **estructura de membranas** (*regiones*): un **árbol enraizado** (formulado explícitamente).
- ★ Un **entorno pasivo**: **recibe** objetos del sistema pero **no envía** objetos al sistema.
- ★ Unos **multiconjuntos de objetos** asociados a cada región.
- ★ Un conjunto de **reglas de evolución** (asociado a cada **membrana** o a cada **etiqueta**).
- ★ Dos "zonas" distinguidas: una **membrana de entrada** y una **zona de salida** (membrana o entorno).

Ejemplo: Una estructura de membranas de grado 8:



# Sistemas P que trabajan a modo de células

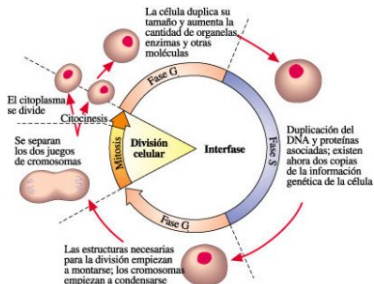
En los sistemas P que trabajan a modo de células

- ♣ Se pueden considerar prioridades.
- ♣ Se pueden considerar polarizaciones  $\{0, +, -\}$  asociadas a las membranas.
- ♣ El tipo de reglas proporciona las distintas variantes de sistemas P.
  - Por ejemplo: las reglas de los sistemas P básicos de transición son del tipo  $u \rightarrow v$ , con  $v = (v_1, here)(v_2, out), (v_3, in_j)$  o  $v = (v_1, here)(v_2, out), (v_3, in_j)\delta$ , siendo  $u, v_1, v_2, v_3$  multiconjuntos sobre  $\Gamma$ .
- ♣ Los **sistemas P básicos de transición** son sistemas P que trabajan a modo de células, si bien su capacidad para resolver problemas está bastante “limitada”.
- ♣ Veamos otros sistemas que trabajan a modo de células que resuelven problemas de forma más “eficiente” que los sistemas P básicos de transición.

# El ciclo celular

El **ciclo celular** consta, básicamente, de cuatro fases.

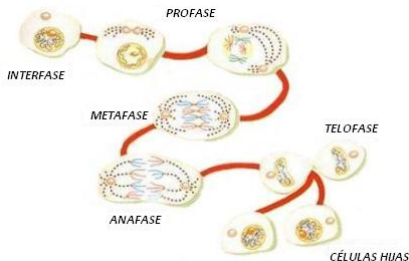
- Primera: Crecimiento de la célula.
- Segunda: Replicación del ADN.
- Tercera: Sigue el crecimiento.
- Cuarta: Mitosis celular.



# La mitosis celular

Proceso que permite la “reproducción local” en un organismo vivo.

- ♣ El resultado es la producción de dos células hijas a partir de una célula original.
- ♣ Las células hijas son copias de la célula madre original.



Una abstracción de la mitosis celular ha sido incorporada a la Computación Celular con Membranas a través de una regla de división: **sistemas P con membranas activas**.

# Sistemas P con membranas activas (I)

Un **sistema P con membranas activas** de grado  $q \geq 1$  es una tupla

$\Pi = (\Gamma, \Sigma, \mu, \mathcal{M}_1, \dots, \mathcal{M}_q, \mathcal{R}, i_{in}, i_{out})$ , en donde:

- \*  $\Gamma$  es un alfabeto (de trabajo) y  $\Sigma$  es un alfabeto (de entrada) tal que  $\Sigma \subsetneq \Gamma$ ;
- \*  $\mu$  es una **estructura de membranas** de grado  $q$ : membranas etiquetadas biyectivamente en  $\{1, \dots, q\}$  (supondremos que 1 es la etiqueta de la raíz);
- \*  $\mathcal{M}_1, \dots, \mathcal{M}_q$  son los multiconjuntos iniciales sobre  $\Gamma \setminus \Sigma$  colocados en las  $q$  membranas (regiones delimitadas por  $\mu$ ) etiquetadas biyectivamente por  $\{1, \dots, q\}$ ;
- \*  $i_{in} \in \{1, \dots, q\}$  representa la membrana de **entrada** e  $i_{out} \in \{0, 1, \dots, q\}$  representa la **zona de salida**;
- \*  $\mathcal{R}$  es un conjunto finito de reglas del siguiente tipo:

(a)  $[a \rightarrow u]_i^\alpha$  **evolución**

(b)  $a [ ]_i^{\alpha_1} \rightarrow [b]_i^{\alpha_2}$  ( $i \neq 1$ ) **comunicación-in**

(c)  $[a]_i^{\alpha_1} \rightarrow b [ ]_i^{\alpha_2}$  **comunicación-out**

(d)  $[a]_i^\alpha \rightarrow b$  ( $i \neq 1$  e  $i \neq i_{out}$ ) **disolución**

(e)  $[a]_i^{\alpha_1} \rightarrow [b]_i^{\alpha_2} [c]_i^{\alpha_3}$  ( $i \neq 1$ ,  $i \neq i_{out}$  e  $i$  membrana elemental) **división**

en donde  $1 \leq i \leq q$ ,  $\alpha, \alpha_i \in \{+, -, 0\}$ ,  $a, b, c \in \Gamma$ ,  $u$  multiconjunto sobre  $\Gamma$ .

# Sistemas P con membranas activas (II)

Las reglas son aplicadas de acuerdo con los siguientes principios:

- ♣ Las reglas están **asociadas a etiquetas** y pueden ser **usadas** por todas las membranas que tengan esa etiqueta.
- ♣ En cada paso de computación, a una membrana **sólo se le puede aplicar una regla** de los tipos (b), (c), (d) y (e). Y, en tal caso, sólo se aplica una vez.
- ♣ En cada paso de computación, a una membrana se le puede aplicar, simultáneamente, una regla del tipo (a) junto con una de los tipos (b), (c), (d) y (e). En tal caso, esa regla del tipo (a) deberá ser aplicada de manera maximal.
- ♣ La semántica de los sistemas P con membranas activas se define de manera similar a los sistemas P básicos de transición (configuración, paso de transición y computación).

# Sistemas P con membranas activas (III)

Los sistemas P con membranas activas verifican:

- ♣ Usan tres cargas eléctricas.
- ♣ **No** usan cooperación ni prioridades.
- ♣ Las reglas están asociadas a etiquetas.
- ♣ La aplicación de una regla **puede modificar** la carga de una membrana.
- ♣ La aplicación de una regla **no modifica** la etiqueta de una membrana.

# Sistemas P que trabajan a modo de tejidos (I)

Unidades de proceso: **células**.

Ingredientes sintácticos:

- ★ Un **alfabeto**, cuyos elementos se denominan **objetos** (y dos subalfabetos: de entrada y del entorno).
- ★ Una **estructura** de **células**: un **grafo dirigido** (descrito implícitamente).
- ★ Un **entorno activo**: **recibe** objetos del sistema y **envía** objetos al sistema.
- ★ Unos **multiconjuntos de objetos** asociados a cada célula **y al entorno**.
- ★ Un conjunto de **reglas de evolución** asociado al sistema (que pueden ser de diversos tipos).
- ★ Dos “zonas” distinguidas: una **célula de entrada** y una **zona de salida** (célula o entorno).

## Sistemas P que trabajan a modo de tejidos (II)

Un **sistema P de tejidos con reglas de comunicación** de grado  $q \geq 1$  es una tupla  $\Pi = (\Gamma, \Sigma, \mathcal{E}, \mathcal{M}_1, \dots, \mathcal{M}_q, \mathcal{R}, i_{in}, i_{out})$ , en donde:

- \*  $\Gamma$  y  $\Sigma$  son alfabetos (de trabajo y de entrada, resp.) tales que  $\Sigma \subsetneq \Gamma$ .
- \*  $\mathcal{E} \subsetneq \Gamma$  (alfabeto del entorno: etiquetado por 0) y tal que  $\mathcal{E} \cap \Sigma = \emptyset$ .
- \*  $\mathcal{M}_1, \dots, \mathcal{M}_q$  son multiconjuntos sobre  $\Gamma \setminus \Sigma$  asociados a cada una de las  $q$  células del sistema, etiquetadas biyectivamente por  $\{1, \dots, q\}$ .
- \*  $\mathcal{R}$  es un conjunto finito de reglas del tipo **symport/antiport**:  $(i, u/v, j)$ , con  $i, j \in \{0, 1, \dots, q\}$ ,  $i \neq j$ ,  $u, v$  multiconjuntos sobre  $\Gamma$ ,  $|u| + |v| > 0$ ;
- \*  $i_{in} \in \{1, \dots, q\}$  representa la célula de entrada.
- \*  $i_{out} \in \{0, 1, \dots, q\}$  representa la **zona** de salida (una célula o el entorno).

# Reglas symport/antiport

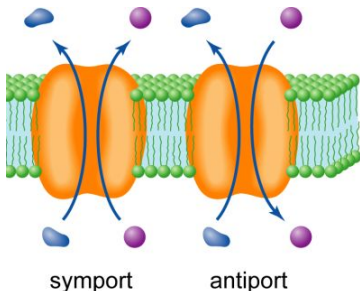
Una regla  $(i, u/v, j)$  se dice que es del tipo **symport** si  $u = \lambda$  o  $v = \lambda$ .

- Toda regla *symport*  $(i, u/\lambda, j)$  proporciona un arco virtual desde  $i$  hasta  $j$ .

Una regla  $(i, u/v, j)$  se dice que es del tipo **antiport** si  $u \neq \lambda$  y  $v \neq \lambda$ .

- Toda regla *antiport*  $(i, u/v, j)$  proporciona dos arcos: uno que va de  $i$  a  $j$  y otro que va de  $j$  a  $i$ .

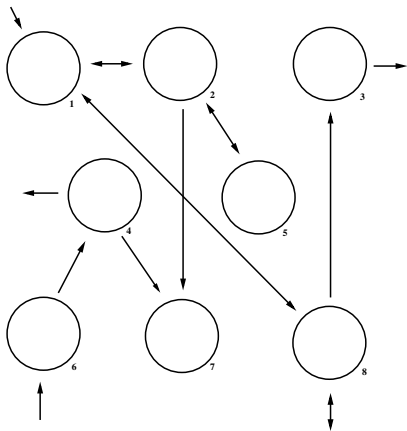
**Longitud** de la regla de comunicación  $(i, u/v, j)$ :  $|u| + |v|$ .



# Grafo subyacente a un sistema P de tejidos

Todo sistema P de tejidos tiene asociado un grafo dirigido subyacente:

- ♣ **Nodos:** las células del sistema y el entorno.
- ♣ **Arcos:** se obtienen a partir reglas de la comunicación symport/antiport.



Communication rules:  $\left\{ \begin{array}{l} (0, ba^2/\lambda, 1), (0, \lambda/b^4cd, 3), (0, \lambda/ab^3, 4), (0, c/\lambda, 6), (0, a/b^2, 8), (1, c^3/b^2, 2) \\ (1, ad/a, 8), (2, ab/\lambda, 7), (2, b/b^2, 5), (3, \lambda, d^2, 8), (4, \lambda/a, 6), (4, b^2c^2/\lambda, 7) \end{array} \right.$

# Semántica de los sistemas P de tejidos (I)

Una **configuración** en un instante determinado es una tupla formada por:

- ★ Los multiconjuntos de objetos sobre  $\Gamma$  asociados a cada célula.
- ★ El multiconjunto de objetos sobre  $\Gamma - \mathcal{E}$  asociados con el entorno.

**Configuración inicial** de  $\Pi = (\Gamma, \Sigma, \mathcal{E}, \mathcal{M}_1, \dots, \mathcal{M}_q, \mathcal{R}, i_{in}, i_{out})$ :

$$(\mathcal{M}_1, \dots, \mathcal{M}_q; \emptyset)$$

En esta configuración, los objetos del entorno aparecen con infinitas copias.

**Configuración inicial** de  $\Pi$  **asociada a un multiconjunto**  $m$  sobre  $\Sigma$ :

$$(\mathcal{M}_1, \dots, \mathcal{M}_{i_{in}} + m, \dots, \mathcal{M}_q; \emptyset)$$

Una regla  $(i, u/v, j)$  es **aplicable** a una configuración del sistema si  $u$  está contenido en la zona  $i$  y  $v$  está contenido en la zona  $j$ .

Cuando se aplica  $(i, u/v, j)$ , los objetos de  $u$  son enviados de  $i$  a  $j$  y, al mismo tiempo, los objetos de  $v$  son enviados de  $j$  a  $i$ .

Configuración de **parada**: ninguna regla del sistema es aplicable a dicha configuración.

# Semántica de los sistemas P de tejidos (II)

Sean  $C$  y  $C'$  dos configuraciones:

- ★  $C'$  se obtiene de  $C$  mediante un **paso de transición** ( $C \Rightarrow_{\Pi} C'$ ) si se puede pasar de  $C$  a  $C'$  aplicando las reglas del sistema (de forma no determinista, paralela y maximal).

Una **computación** es una sucesión (finita o infinita) de configuraciones tal que:

- ★ El primer término es una configuración inicial del sistema y cada uno de los restantes se obtiene del anterior mediante un paso de transición.
- ★ Si la sucesión es finita (*computación de parada*), el último término es una *configuración de parada*.
- ★ Resultado de una computación de parada: codificado por los objetos presentes en la zona de salida.

# Sistemas P de tejidos con división celular

Un **sistema P de tejidos con división celular** de grado  $q \geq 1$  es una tupla  $\Pi = (\Gamma, \Sigma, \mathcal{E}, \mathcal{M}_1, \dots, \mathcal{M}_q, \mathcal{R}, i_{in}, i_{out})$ , en donde:

- \*  $\Gamma$  y  $\Sigma$  son alfabetos (de trabajo y de entrada, resp.) tales que  $\Sigma \subsetneq \Gamma$ ;
- \*  $\mathcal{E} \subsetneq \Gamma$  (alfabeto del entorno: etiquetado por 0) y tal que  $\mathcal{E} \cap \Sigma = \emptyset$ .
- \*  $\mathcal{M}_1, \dots, \mathcal{M}_q$  son cadenas sobre  $\Gamma \setminus \Sigma$  asociadas a cada una de las  $q$  células del sistema, etiquetadas biyectivamente por  $\{1, \dots, q\}$ .
- \*  $\mathcal{R}$  es un conjunto finito de reglas del tipo:
  - (a) **Reglas symport/antiport:**  $(i, u/v, j)$ , con  $i, j \in \{0, 1, \dots, q\}, i \neq j, u, v \in \Gamma^*, |u + v| \neq 0$ .
  - (b) **Reglas de División:**  $[a]_i \rightarrow [b]_i[c]_i$ , donde  $i \in \{1, \dots, q\}, i \neq i_{out}$  y  $a, b, c \in \Gamma$ .
- \*  $i_{in} \in \{1, \dots, q\}$  representa la célula de entrada.
- \*  $i_{out} \in \{0, 1, \dots, q\}$  representa la zona de salida (una célula o el entorno).

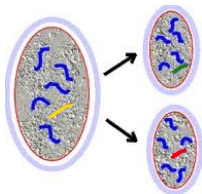
# Reglas de división celular

Una regla  $[a]_i \rightarrow [b]_i[c]_i$  es aplicable a una célula  $i$  de una configuración  $C$  si:

- ★ Dicha célula no es la de salida y, además, contiene al objeto  $a$ .

Cuando se aplica la regla  $[a]_i \rightarrow [b]_i[c]_i$ :

- ★ La célula  $i$  se divide en dos células con la misma etiqueta.
- ★ En la primera copia, el objeto  $a$  es reemplazado por el objeto  $b$ .
- ★ En la segunda copia, el objeto  $a$  es reemplazado por el objeto  $c$ .
- ★ Todos los objetos restantes se replican y se copian en las dos células nuevas.



En un sistema  $P$  de tejidos con división celular, las reglas se aplican de forma no determinista, paralela y maximal, pero con una restricción importante:

- ★ Si en una célula se aplica una regla de división, sólo dicha regla se aplicará en ese paso (bloqueo de todas las comunicaciones con otras células y con el entorno).