Modelos de Computación y Complejidad

 $(4^{\circ}$ curso del Grado en Ingeniería Informática. Tecnologías Informáticas) Algunos ejemplos de "Justificar" para el EXAMEN ONLINE INDIVIDUAL

PARTE SEGUNDA: Justificar la veracidad o falsedad de los siguientes asertos

- 1. Existe un programa GOTO que no es el programa vacío y tal que posee una configuración de parada cuyo estado es el estado inicial asociado a un dato de entrada.
- 2. Existe un programa GOTO P que calcula, a la vez, el **predicado** "mayor o igual" y la **función** constante e igual a 1, de aridad 1.
- 3. La función $f: \mathbb{N}-\to, \mathbb{N}$ definida por f(n)=n, si n es primo, y $f(n)\uparrow,$ si n no es primo, es GOTO-computable.
- 4. Si P y Q son programa GOTOs calculan la misma función de aridad 1, entonces calculan la misma función de aridad 2.
- 5. Si P es un programa GOTO que sólo contiene las variables X_1 , X_2 e Y entonces sólo puede calcular una función de aridad 1 y otra de aridad 2.
- 6. La función vacía, la función constante igual a 0 y la función identidad en ℕ, se pueden calcular con un programa GOTO que posea exactamente tres instrucciones.
- 7. La función vacía, la función constante igual a 0 y la función identidad en ℕ, se pueden calcular mediante programas G0TO que contengan únicamente instrucciones del tipo **incremento** y del tipo **condicional**.
- 8. Sean A y B conjuntos de números naturales tales que los conjuntos A B, $B A y A \cap B$ son GOTO-computable. Entonces los conjuntos A y B también son GOTO-computables.
- 9. Sean A y B conjuntos de números naturales tales que $A \subseteq B y B$ es un conjunto GOTO-computable. Entonces, A también es un conjunto GOTO-computable.
- 10. Si A y B son conjuntos GOTO-computables de números naturales entonces el conjunto $(A B) \cup (B A)$ es, **también**, GOTO-computable.
- 11. Si un programa GOTO carece de instrucciones condicionales entonces <u>todas</u> sus computaciones son de parada.
- 12. Si P es un programa GOTO que consta de una **única instrucción** entonces el código de P **no puede coincidir** con el código de una **configuración** de ese programa.
- Toda configuración del programa vacío es, asímismo, una configuración inicial de dicho programa.
- 14. Si A es un conjunto GOTO-computable entonces la función $f: \mathbb{N}-\to \mathbb{N}$ definida por $f(x)\uparrow$ si $x\in A$ y f(x)=x+2 si $x\notin A$ es GOTO-computable.
- 15. Si f y g son funciones GOTO-computables de la misma aridad y con el mismo dominio, entonces la función h definida por h(x) = f(x) + g(x), si x es par, y $h(x) = f(x) \cdot g(x)$, si x es impar, **también** es GOTO-computable.
- 16. El código de un estado **siempre** es un número estríctamente mayor que cero.
- 17. Si el código de un programa *P* coincide con el código de una configuración de parada de *P*, entonces el programa *P* posee más de una instrucción.

- 18. Si P es un programa con, **exactamente dos** instrucciones y tal que su código **coincide** con el de una **configuración de parada** σ de P, entonces el estado s de esa configuración es un **estado inicial**.
- 19. La función $f: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ definida por $f(x) = \mathbf{U}_1(3x, 2x)$ es GOTO-computable.
- 20. Si $\mathcal{K} = \{n \in \mathbb{N} \mid \varphi_n^{(1)}(n) \downarrow \}$ es el conjunto del problema de la parada, entonces la función f definida por f(x) = x si $x \in \mathcal{K}$ y $f(x) \uparrow$ si $x \notin \mathcal{K}$, no es GOTO-computable.
- 21. Para cualquier tupla de entrada, el programa universal \mathbf{U}_n de orden $n \geq 1$, simula una computación de un cierto programa GOTO.
- 22. El programa universal \mathbf{U}_n de orden \mathbf{n} <u>únicamente simula</u> computaciones de otros programas GOTO cuando se le suministra como dato de entrada una \mathbf{n} -tupla arbitraria.
- 23. Sea P un programa con, **exactamente cuatro** instrucciones y tal que su código **coincide** con el de una **configuración de parada** σ de P. Entonces el estado s de la configuración σ es un **estado inicial** asociado a un dato de entrada.
- 24. Si un programa GOTO carece de instrucciones que estén **etiquetadas a la izquierda** entonces **toda computación** del programa es de **parada**.
- 25. La función **total** f obtenida por **minimización acotada** a partir de un **predicado no tiene porqué** ser un predicado.
- 26. La cuantificacion existencial de un predicado GOTO-computable **no** tiene por qué ser un predicado GOTO-computable.
- 27. La cuantificacion universal de un predicado GOTO-computable **no** tiene por qué ser un predicado GOTO-computable.
- 28. La negación de un predicado parcialmente decidible **también** es un predicado parcialmente decidible.
- 29. La conjunción de dos predicados parcialmente decidible de la misma aridad es, también, un predicado parcialmente decidible.
- 30. No existe un programa GOTO cuyo código coincida <u>exactamente</u> con el código de alguna configuración del propio programa.
- 31. El código de un **estado inicial** (correspondiente a una configuración inicial) de un programa **GOTOnunca puede** ser un número **par**.
- 32. Si P es un programa GOTO cuyo código es un número primo distinto de 2, entonces la primera instrucción de P no puede ser $Y \longleftarrow Y$.
- 33. Si P es un programa GOTO cuyo código es $1+2+\cdots+2^n$ (para un cierto número natural $n \ge 1$) entonces **no** pueden existir configuraciones del programa cuyo código coincida con el del propio programa.
- 34. En un programa GOTO, no puede existir una configuración inicial cuyo código coincida exactamente con el código del propio programa.
- 35. El código de <u>cualquier</u> **configuración inicial** de un programa **GOTO siempre** es un número **impar**.
- 36. El código de <u>una</u> **configuración** de **parada** de un programa GOTO **puede** ser un **número primo**.
- 37. Todo número natural codifica un único programa GOTO.

- 38. La configuración de código 5293 es una configuración inicial.
- 39. Un programa universal sólo es capaz de simular algunas de sus propias computaciones.
- 40. Existen conjuntos de números naturales que ni son GOTO-computables ni son recursivamente enumerables.
- 41. El dominio, el rango y la gráfica de una función GOTO-computable (parcial o total) son conjuntos recursivamente enumerables.
- 42. El conjunto $A = \{n \mid el \ programa \ de \ c\'odigo \ 5n \ para \ sobre \ 5n\}$ es recursivamente enumerable.
- 43. El conjunto $A = \{\langle x, y \rangle \in \mathbb{N} \mid el \ programa \ de \ c\'odigo \ x^2 \ \mathbf{para} \ sobre \ y^3 \ en, \ \mathbf{exactamente}, \ x^3 + y^2 \ pasos \}$ es recursivamente enumerable.
- 44. Dos funciones GOTO-computables distintas, pueden tener asociadas el mismo índice.
- 45. El complementario de un conjunto GOTO-computable es, también, un conjunto GOTO-computable.
- 46. El complementario de un conjunto recursivamente enumerable es, también, un conjunto recursivamente enumerable.
- 47. Para afirmar que un conjunto **no** es recursivamente enumerable es suficiente probar que **no** es GOTO-computable y que, en cambio, su complementario sí es recursivamente enumerable.
- 48. El teorema de Rice se puede usar para establece que un conjunto no es GOTO-computable.
- 49. El conjunto de índices de **una** función GOTO-computable de aridad 1, es un conjunto GOTO-computable.
- 50. El conjunto $A = \{n \in \mathbb{N} \mid el \ programa \ \texttt{GOTO} \ de \ c\'odigo \ 9n \ \underline{carece} \ de \ instrucciones \ del \ tipo \ CONDICIONAL\}$ es GOTO-computable.
- 51. El conjunto $A = \{n \in \mathbb{N} \mid el \text{ programa GOTO } de \text{ c\'odigo } 4n + 8 \text{ posee}, \text{ a lo sumo, } 10 \text{ instrucciones } y \text{ alguna } de \text{ ellas es un } DECREMENTO\} \text{ es GOTO-computable.}$
- 52. El conjunto $A = \{n \in \mathbb{N} \mid el \ programa \ \mathsf{GOTO} \ de \ c\'odigo \ n \ posee \ \underline{alguna} \ instrucci\'on \ \underline{etiquetada} \ a \ la \ izquierda\}$ es GOTO -computable.
- 53. El conjunto $A = \{n \in \mathbb{N} \mid \text{dom}(\varphi_n^{(1)}) \text{ es un conjunto finito } \}$ no es GOTO-computable.
- 54. Las computaciones de una MTD con un dato de entrada realizan, al menos, un paso de transición (o computación)
- 55. Todas las computaciones de una MTD cuyo alfabeto de trabajo sea $\{0, 1, B, \triangleright\}$ y calcula la función vacía, ha de realizar, al menos, 2222 pasos de transición.
- 56. Si M es una MTND de decisión y el coste en tiempo verifica $t_M(2) = 345$ entonces, ejecutando 345 pasos de cualquier computación de M sobre un dato de entrada de tamaño 2, sabremos con toda seguridad si aceptamos o no dicho dato.
- 57. La familia $\{\varphi_e^{(1)} \mid e \in \mathbb{N}\}$ de <u>todas</u> las funciones computables 1-arias sobre \mathbb{N} , es una medida de complejidad.
- 58. Si X_1 y X_2 son problemas **NP**-completos tales que $X_1 \in \mathbf{P}$ entonces $X_2 \in \mathbf{P}$.
- 59. Si X_1 y X_2 son problemas de la clase **P**, entonces se tiene que $X_1 \leq^p X_2$ o bien que $X_2 \leq^p X_1$.
- 60. Si X_1 y X_2 son problemas **NP**-completos entonces **cualquiera de ellos** es *reducible en tiempo polinomial* al otro.