MODELOS DE COMPUTACIÓN Y COMPLEJIDAD

Grado en Ingeniería Informática. Tecnologías Informáticas

ETS Ingeniería Informática. Universidad de Sevilla (Curso 2021-2022)

Problemas de FUNCIONES GOTO-COMPUTABLES

EJERCICIO 15.

Probar que es `GOTO` la función total $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ definida como sigue: $f(0) = 0$ y $f(x) =$ *el número de divisores impares de* x, para cada número natural $x > 0$.

SOLUCIÓN:

En primer lugar, obsérvese que para cada número natural $x > 0$ el número de divisores impares de x es $\sum_{z \le x} (z|x) \wedge (\neg par(z))$, ya que el predicado $(z|x) \wedge (\neg par(z))$ vale 1 si y sólo si z es un divisor impar de x. Por tanto, la función f se puede describir como sigue:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad x = 0 \\ \sum_{z \le x} (z|x) \wedge (\neg par(z)) & \text{si} \quad x \neq 0 \end{cases}$$

Es decir, f es una función total definida por casos a partir de dos predicados `GOTO` s ($x = 0$ y $x \neq 0$) y de dos funciones totales `GOTO`-computables: $f_1(x) = 0$ y $f_2(x) = \sum_{z \le x} (z|x) \wedge (\neg par(z))$. En fecto: la primera, f_1, es, obviamente `GOTO`-computable y la segunda, f_2, lo es también, por tratarse de una función suma acotada de una función total `GOTO`-computable (la conjunción de predicados $(z|x)$ y $\neg par(z)$).

– –