MODELOS DE COMPUTACIÓN Y COMPLEJIDAD

Grado en Ingeniería Informática. Tecnologías Informáticas

ETS Ingeniería Informática. Universidad de Sevilla (Curso 2021-2022)

Problemas de FUNCIONES GOTO-COMPUTABLES

EJERCICIO 3.

Diseñar programas GOTO que, sin usar macros (salvo GOTO L), calculen las funciones siguientes:

$$f_1(x) = 2x \ ; \quad f_2(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \text{ es par} \\ \uparrow & \text{si } x \text{ es impar} \end{cases} \ ; \quad f_3(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x = 0 \\ \uparrow & \text{si } x = 1 \\ x+1 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

Comprobar, para algunos valores concretos, que los programas disendos funcionan correctamente.

SOLUCIÓN:

Función f_1

El siguiente programa GOTO que sólo usa macros del tipo GOTO L, calcula f_1.

$$P \equiv \begin{array}{|cll|} \hline \mathbf{1} & & IF\ X \neq 0\ GOTO\ A \\ \mathbf{2-3} & & GOTO\ E \\ \mathbf{4} & [\mathrm{A}] & X \longleftarrow X - 1 \\ \mathbf{5} & & Y \longleftarrow Y + 1 \\ \mathbf{6} & & Y \longleftarrow Y + 1 \\ \mathbf{7} & & IF\ X \neq 0\ GOTO\ A \\ \hline \end{array}$$

Hallemos una traza de la computación $P(3)$.

P(3) = 6

$C_0 = (1, \{X_1 = 3, \ Y = 0\})$	
$C_1 = (4, \{X_1 = 3, \ Y = 0\})$	$C_8 = (7, \{X_1 = 1, \ Y = 4\})$
$C_2 = (5, \{X_1 = 2, \ Y = 0\})$	$C_9 = (4, \{X_1 = 1, \ Y = 4\})$
$C_3 = (6, \{X_1 = 2, \ Y = 1\})$	$C_{10} = (5, \{X_1 = 0, \ Y = 4\})$
$C_4 = (7, \{X_1 = 2, \ Y = 2\})$	$C_{11} = (6, \{X_1 = 0, \ Y = 5\})$
$C_5 = (4, \{X_1 = 2, \ Y = 2\})$	$C_{12} = (7, \{X_1 = 0, \ Y = 6\})$
$C_6 = (5, \{X_1 = 1, \ Y = 2\})$	$C_{13} = (\mathbf{8}, \{X_1 = 0, \ \mathbf{Y = 6}\})$
$C_7 = (6, \{X_1 = 1, \ Y = 3\})$	

Función f_2

El siguiente programa `GOTO` que sólo usa macros del tipo `GOTO` L, calcula la función f_2 (propiedad básica: para cada $x \geq 2$ se verifica que "x **es par sii** $x-2$ **es par**"). Téngase presente que 0 es un número par.

$P \equiv$

1	[D]	$IF\ X \neq 0\ GOTO\ A$
2		$Y \longleftarrow Y+1$
3 − 4		$GOTO\ E$ (**salida PAR**)
5	[A]	$X \longleftarrow X-1$
6		$IF\ X \neq 0\ GOTO\ B$
7	[C]	$Z \longleftarrow Z+1$
8		$IF\ Z \neq 0\ GOTO\ C$ (**salida IMPAR**)
9	[B]	$X \longleftarrow X-1$
10 − 11		$GOTO\ D$

Hallemos una traza de la computación **P(3)** y de la computación **P(2)**.

P(3) ↑

$$
\begin{array}{ll}
C_0 & = (1, \{X_1 = 3,\ Y = 0,\ Z = 0\}) \\
C_1 & = (5, \{X_1 = 3,\ Y = 0,\ Z = 0\}) \\
C_2 & = (6, \{X_1 = 2,\ Y = 0,\ Z = 0\}) \\
C_3 & = (9, \{X_1 = 2,\ Y = 0,\ Z = 0\}) \\
C_4 + C_5 & = (1, \{X_1 = 2,\ Y = 0,\ Z = 0\}) \\
C_6 & = (5, \{X_1 = 2,\ Y = 0,\ Z = 0\}) \\
C_7 & = (6, \{X_1 = 1,\ Y = 0,\ Z = 0\}) \\
C_8 & = (9, \{X_1 = 1,\ Y = 0,\ Z = 0\}) \\
C_9 + C_{10} & = (1, \{X_1 = 1,\ Y = 0,\ Z = 0\}) \\
C_{11} & = (1, \{X_1 = 1,\ Y = 0,\ Z = 0\}) \\
C_{12} & = (5, \{X_1 = 1,\ Y = 0,\ Z = 0\}) \\
C_{13} & = (6, \{X_1 = 0,\ Y = 0,\ Z = 0\}) \\
C_{14} & = (7, \{X_1 = 0,\ Y = 0,\ Z = 0\}) \\
C_{15} & = (8, \{X_1 = 0,\ Y = 0,\ Z = 1\}) \\
C_{16} & = (7, \{X_1 = 0,\ Y = 0,\ Z = 1\}) \\
C_{17} & = (8, \{X_1 = 0,\ Y = 0,\ Z = 2\}) \\
\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{array}
$$

P(2) = 1

$$
\begin{array}{ll}
C_0 & = (1, \{X_1 = 2,\ Y = 0,\ Z = 0\}) \\
C_1 & = (5, \{X_1 = 2,\ Y = 0,\ Z = 0\}) \\
C_2 & = (6, \{X_1 = 1,\ Y = 0,\ Z = 0\}) \\
C_3 & = (9, \{X_1 = 1,\ Y = 0,\ Z = 0\}) \\
C_4 + C_5 & = (1, \{X_1 = 1,\ Y = 0,\ Z = 0\}) \\
C_6 & = (5, \{X_1 = 1,\ Y = 0,\ Z = 0\}) \\
C_7 & = (6, \{X_1 = 1,\ Y = 0,\ Z = 0\}) \\
C_8 & = (9, \{X_1 = 1,\ Y = 0,\ Z = 0\}) \\
C_9 & = (9, \{X_1 = 0,\ Y = 0,\ Z = 0\}) \\
C_{10} + C_{11} & = (1, \{X_1 = 0,\ Y = 0,\ Z = 0\}) \\
C_{12} & = (2, \{X_1 = 0,\ Y = 0,\ Z = 0\}) \\
C_{13} & = (3, \{X_1 = 0,\ Y = 1,\ Z = 0\}) \\
C_{14} + C_{15} & = (\mathbf{12}, \{X_1 = 1,\ \mathbf{Y = 1},\ Z = 0\})
\end{array}
$$

Función f_3

El siguiente programa `GOTO` que sólo usa macros del tipo `GOTO` L, calcula f_3.

$$P \equiv$$

1		$Y \longleftarrow Y+1$
2	[D]	$IF\ X \neq 0\ GOTO\ A$
3		$Y \longleftarrow Y+1$
4 – 5		$GOTO\ E$
6	[A]	$X \longleftarrow X-1$
7		$Y \longleftarrow Y+1$
8		$IF\ X \neq 0\ GOTO\ B$
9	[C]	$Z \longleftarrow Z+1$
10		$IF\ Z \neq 0\ GOTO\ C$
11	[B]	$X \longleftarrow X-1$
12		$Y \longleftarrow Y+1$
10 – 11		$IF\ X \neq 0\ GOTO\ B$

Hallemos una traza de las computaciones **P(0)** y **P(1)** y **P(2)**.

P(0) = 2

$$\begin{aligned}
C_0 &= (1, \{X_1 = 0,\ Y = 0,\ Z = 0\}) \\
C_1 &= (2, \{X_1 = 0,\ Y = 1,\ Z = 0\}) \\
C_2 &= (3, \{X_1 = 0,\ Y = 1,\ Z = 0\}) \\
C_3 &= (4, \{X_1 = 0,\ Y = 2,\ Z = 0\}) \\
C_4 + C_5 &= (\mathbf{14}, \{X_1 = 2,\ \mathbf{Y = 2},\ Z = 0\})
\end{aligned}$$

P(1) ↑

$$\begin{aligned}
C_0 &= (1, \{X_1 = 1,\ Y = 0,\ Z = 0\}) \\
C_1 &= (2, \{X_1 = 1,\ Y = 1,\ Z = 0\}) \\
C_2 &= (6, \{X_1 = 1,\ Y = 1,\ Z = 0\}) \\
C_3 &= (7, \{X_1 = 0,\ Y = 1,\ Z = 0\}) \\
C_4 &= (8, \{X_1 = 0,\ Y = 2,\ Z = 0\}) \\
C_5 &= (9, \{X_1 = 0,\ Y = 2,\ Z = 0\}) \\
C_6 &= (10, \{X_1 = 0,\ Y = 2,\ Z = 1\}) \\
C_7 &= (9, \{X_1 = 0,\ Y = 2,\ Z = 0\}) \\
C_8 &= (10, \{X_1 = 0,\ Y = 2,\ Z = 0\}) \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}$$

P(2) = 3

$$\begin{aligned}
C_0 &= (1, \{X_1 = 2,\ Y = 0,\ Z = 0\}) \\
C_1 &= (2, \{X_1 = 2,\ Y = 1,\ Z = 0\}) \\
C_2 &= (6, \{X_1 = 2,\ Y = 1,\ Z = 0\}) \\
C_3 &= (7, \{X_1 = 1,\ Y = 1,\ Z = 0\}) \\
C_4 &= (8, \{X_1 = 1,\ Y = 2,\ Z = 0\}) \\
C_5 &= (11, \{X_1 = 1,\ Y = 2,\ Z = 0\}) \\
C_6 &= (12, \{X_1 = 0,\ Y = 2,\ Z = 0\}) \\
C_7 &= (13, \{X_1 = 0,\ Y = 3,\ Z = 0\}) \\
C_8 &= (\mathbf{14}, \{X_1 = 0,\ \mathbf{Y = 3},\ Z = 0\})
\end{aligned}$$

– –