MODELOS DE COMPUTACIÓN Y COMPLEJIDAD

Grado en Ingeniería Informática. Tecnologías Informáticas

ETS Ingeniería Informática. Universidad de Sevilla (Curso 2021-2022)

Problemas de FUNCIONES GOTO-COMPUTABLES

EJERCICIO 5.

Probar que si una función es `GOTO`–computable, entonces existen **infinitos programas** `GOTO` que calculan dicha función.

SOLUCIÓN:

Sea f una función `GOTO`–computable de aridad $r \geq 1$ y consideremos un programa `GOTO`, P, que calcula f; es decir, la función de aridad r calculada por el programa P es, precisamente, la función f.

Ahora bien, el número de variables de cualquier programa `GOTO` es finito y, por tanto, el programa P contendrá, en particular, un número finito de variables de trabajo (sean, por ejemplo, $Z_1, \ldots, Z_k$). Téngase presente que el programa P **podría carecer** de variables de trabajo; es decir, el valor de k podría ser 0.

Para cada número natural $n \geq 1$, consideremos el programa Q_n que se obtiene de P añadiendo como primera instrucción del mismo $Z_{k+n} \longleftarrow Z_{k+n} + 1$.

$$\mathbf{Q_n} \equiv \boxed{\begin{array}{l} Z_{k+n} \longleftarrow Z_{k+n} + 1 \\ \\ \mathbf{P} \end{array}}$$

Obsérvese que las variables Z_{k+n}, para cada $n \geq 1$, **no** son variables del programa P. Pues bien, vamos a probar que para cada tupla de entrada, la ejecución del programa Q_n va a proporcionar el mismo resultado que la ejecución de programa P con esa misma tupla de entrada. En efecto: toda computación del programa Q_n comenzará siempre con la ejecución de la instrucción $Z_{k+n} \longleftarrow Z_{k+n} + 1$, por la cual el valor de la variable de trabajo Z_{k+n} pasará a ser 1. Ahora bien, ese valor de Z_{k+n} no afecta en nada a la ejecución de las restantes intrucciones (que, en realidad, son las del propio programa P) debido a que entre esas instrucciones **no aparece** la citada variable Z_{k+n}.

Así pues, la función de aridad r calculada por el programa Q_n coincidirá con la función de aridad r calculada por el programa P; es decir, será, precisamente, la función f. En consecuencia, los infinitos programas $Q_1, Q_2, Q_3, \ldots, Q_n, \ldots$ calculan la función f.

– –