

MODELOS DE COMPUTACIÓN Y COMPLEJIDAD

Grado en Ingeniería Informática. Tecnologías Informáticas
ETS Ingeniería Informática. Universidad de Sevilla (Curso 2021-2022)

Problemas de FUNCIONES GOTO-COMPUTABLES

EJERCICIO 8.

Sea M el modelo de computación cuyos procedimientos mecánicos son los programas GOTO tales que **todas** las instrucciones son **del mismo tipo**. Estudiar si son computables en M : (a) la función vacía; (b) la función $f(x) = 0$, para cada $x \in \mathbb{N}$; y (c) la función identidad en \mathbb{N} ($f(x) = x$, para cada $x \in \mathbb{N}$).

SOLUCIÓN:

Vamos a comenzar analizando de qué tipo serían las funciones calculables en el modelo de computación M .

- **Caso 1:** Todas las instrucciones de un programa P son o bien del tipo **incremento**, bien del tipo **decremento**, o bien del tipo **skip**.

En este caso, **todas las computaciones** de P serán de **parada** y, por tanto, todas las funciones que calcula P siempre serán totales. Además, todos los valores de esas funciones son iguales (funciones constantes).

- **Caso 2:** Todas las instrucciones de un programa P son del tipo **condicional**.

En este caso, existe, **al menos, una computación** de P que será de **parada**. Por ejemplo, basta considerar el caso en que todas las variables de entrada sean iguales a 0 (ello implicará que el test de cualquiera instrucción condicional será falso).

(a) La **función vacía** **no** es **computable** en el modelo M . En efecto: si un programa calcula dicha función entonces ninguna computación de dicho programa sería de parada.

(b) La **función idénticamente nula** de aridad 1 **sí** es **computable** en el modelo M . En efecto: cualquier programa P que carece de instrucciones condicionales y, además, la variable Y no aparece en ese programa, calcula la función antes citada.

(c) La **función identidad en \mathbb{N}** **no** es **computable** en el modelo M . En efecto: un programa de M sólo puede devolver como resultado un número distinto de 0 en el caso en que todas las instrucciones sean del tipo incremento y, además, la variable Y aparezca en el programa. Ahora bien, en ese caso, si el programa contiene exactamente k instrucciones del tipo $Y \leftarrow Y + 1$, entonces el resultado de cualquier computación del programa será menor o igual que k . En consecuencia, un tal programa no podrá calcular la función identidad en \mathbb{N} ya que $I_{\mathbb{N}}(k + 1) = k + 1$ y, en cambio, un tal programa no podrá devolver el resultado $k + 1$.