

ISABELLE: Razonamiento ecuacional

Francisco J. Martín Mateos

Dpto. Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial
Universidad de Sevilla

Simplificación

- Es uno de los principales procesos de transformación que sufren las fórmulas en el demostrador
- Es un proceso “no peligroso”, la fórmula resultado es equivalente a la original
- Es el único proceso que puede decidir que una fórmula es cierta
- Incluye diferentes técnicas de prueba
 - Reescritura
 - Procedimiento de decisión para el cálculo proposicional
 - Cálculo lógico con la igualdad
 - Aritmética lineal
- La simplificación trabaja a nivel de cláusulas

- Es la técnica más importante dentro del proceso de simplificación. Consiste en reemplazar los subterminos de las fórmulas por otros términos equivalentes
- Usa un *sistema de reglas de reescritura*, formado por:
 - Lemas y definiciones primitivas del sistema
 - Definiciones de funciones
 - Lemas de reescritura demostrados previamente por el usuario

Simplificación: Reglas de reescritura

- Reglas de reescritura incondicionales
 - Notación: $\mathcal{L} \Rightarrow \mathcal{R}$
 - Simplificación usando reglas de reescritura incondicionales: dada una sustitución σ , reemplaza $\sigma(\mathcal{L})$ por $\sigma(\mathcal{R})$
- Reglas de reescritura condicionales (caso general)
 - Notación: $\mathcal{C}_1, \dots, \mathcal{C}_n \rightarrow \mathcal{L} \Rightarrow \mathcal{R}$
 - Simplificación usando reglas de reescritura condicionales: dada una sustitución σ , reemplaza $\sigma(\mathcal{L})$ por $\sigma(\mathcal{R})$; estableciendo previamente las condiciones $\sigma(\mathcal{C}_1), \dots, \sigma(\mathcal{C}_n)$
 - El uso de reglas de reescritura condicionales genera nuevos subobjetivos
 - Las reglas de reescritura incondicionales son un caso particular de las reglas de reescritura condicionales en el que $n = 0$

- Un mismo resultado se puede expresar de maneras distintas, dando lugar a distintas reglas
 - Propiedad: Si **A** y **B**, entonces **T₁** es igual que **T₂**
 - Distintas reglas
 - **A, B $\rightarrow$ T₁ $\Rightarrow$ T₂**
 - **A, B $\rightarrow$ T₂ $\Rightarrow$ T₁**
 - **A, T₁ $\neq$ T₂ $\rightarrow$ B $\Rightarrow$ False**
 - **B, T₁ $\neq$ T₂ $\rightarrow$ A $\Rightarrow$ False**
 - **A, T₁ $\neq$ T₂ $\rightarrow \neg$ B $\Rightarrow$ True**
 - **B, T₁ $\neq$ T₂ $\rightarrow \neg$ A $\Rightarrow$ True**

- Consejos para formar las reglas
 - El usuario debe decidir de qué manera orientar la regla, y qué literales forman las hipótesis y cuál la conclusión
 - Principio general: la regla debe servir para reescribir términos complicados en “términos simples” (más primitivas, formas normales, menor tamaño)

Simplificación: Uso de las reglas de reescritura

- Conjetura: $\mathcal{H}_1, \dots, \mathcal{H}_m \rightarrow \mathcal{D}$
- La simplificación se realiza tanto en la conclusión $\mathcal{D}$ como en las hipótesis $\mathcal{H}_i$
- Uso de reglas de reescritura incondicionales $\mathcal{L} \Rightarrow \mathcal{R}$:
 - Si existe una instancia de $\mathcal{L}$ en $\mathcal{D}$ se obtiene la siguiente conjetura:
 $\mathcal{H}_1, \dots, \mathcal{H}_m \rightarrow \mathcal{D}[\sigma(\mathcal{R})]$
 - Si existe una instancia de $\mathcal{L}$ en $\mathcal{H}_i$ se obtiene la siguiente conjetura:
 $\mathcal{H}_1, \dots, \mathcal{H}_i[\sigma(\mathcal{R})], \dots, \mathcal{H}_m \rightarrow \mathcal{D}$
- Se pueden realizar varios pasos de reescritura con la misma o distinta regla de reescritura en una misma conjetura

Simplificación: Uso de las reglas de reescritura

- Conjetura: $\mathcal{H}_1, \dots, \mathcal{H}_m \rightarrow \mathcal{D}$
- La simplificación se realiza tanto en la conclusión $\mathcal{D}$ como en las hipótesis $\mathcal{H}_i$
- Uso de reglas de reescritura condicionales
 $\mathcal{C}_1, \dots, \mathcal{C}_n \rightarrow \mathcal{L} \Rightarrow \mathcal{R}$:
 - Si existe una instancia de $\mathcal{L}$ en $\mathcal{D}$ se obtiene la siguiente conjetura: $\mathcal{H}_1, \dots, \mathcal{H}_m \rightarrow \mathcal{D}[\sigma(\mathcal{R})]$ si las condiciones $\sigma(\mathcal{C}_j)$ se pueden comprobar usando reescritura en la teoría ecuacional ampliada con las hipótesis $\mathcal{H}_i$
 - Si existe una instancia de $\mathcal{L}$ en $\mathcal{H}_i$ se obtiene la siguiente conjetura: $\mathcal{H}_1, \dots, \mathcal{H}_i[\sigma(\mathcal{R})], \dots, \mathcal{H}_m \rightarrow \mathcal{D}$ si las condiciones $\sigma(\mathcal{C}_j)$ se pueden comprobar usando reescritura en la teoría ecuacional ampliada con el resto de las hipótesis $\mathcal{H}_j$ (excepto la i -ésima) y $\neg \mathcal{D}$