Relación 6: Aplicaciones.

Ejercicio 98.– Tenemos $G = (V, E)$ un grafo finito simple (sin lazos), donde V es su conjunto de nodos y E el de aristas. Para cada v, $w \in V$ definimos el predicado $e(v, w)$ para indicar que el par $(v, w) \in E$. Usa el lenguaje con igualdad $L = \{e\}$ para formalizar las siguientes afirmaciones:

1. Hay un vértice aislado (sin aristas que lo conecten a otros vértices de G).
2. G es completo (todos los nodos están conectados entre sí).
3. G contiene una estrella (hay un vértice conectado a todos los demás).
4. Hay un único vértice aislado en G.
5. Dados dos vértices prefijados, v y w, hay un camino de longitud 2 que los conecta.
6. G es conexo (dos vértices cualesquiera de G están conectados por un camino).

Ejercicio 99.– Considera un cine de N filas numeradas (1 es la fila más cercana a la pantalla, y N la más lejana) y M asientos numerados en cada fila (consecutivamente de izquierda a derecha). Haciendo uso de p_{ij} para denotar *el asiento j de la fila i está ocupado*, escribe fórmulas proposicionales expresando:

1. Ninguna fila está completamente llena.
2. Alguna fila está vacía.
3. Hay una persona que no tiene a nadie a su derecha.
4. Solo hay una fila completamente libre.
5. Si una fila está llena, entonces todas las filas anteriores están llenas.

Ejercicio 100.– Reducir cada uno de los siguientes problemas a un problema equivalente que consista en encontrar un modelo de un cierto conjunto de fórmulas proposicionales.

1. **El problema de las N reinas**.

   Colocar N reinas en un tablero de ajedrez de dimensiones $N \times N$ de tal modo que no se encuentre más de una reina en cada línea horizontal, vertical o diagonal.

2. **Coloreado de grafos**.

   a) Dado un grafo G, colorear los vértices del grafo de modo que no haya ningún par de vértices adyacentes del mismo color.

b) Considerar también la siguiente variante del problema: Dado un grafo G colorearlo de modo que no contenga un subgrafo completo de n vértices con el mismo color.

3. **Sudoku**.

   Resolver el siguiente sudoku:

2			
		1	
	3		
			1

4. **Buscaminas**.

   Determinar la posición de todas las bombas en las siguientes configuraciones del buscaminas:

	2	2	2	2	
	2	0	0	2	
	2	0	0	2	
	2	2	2	2	

		2		3	
2					
		2	4		3
1		3	4		
					3
	3		3		

Ejercicio 101.– Tenemos 10 piezas de dominó distintas entre sí y cuyos lados están marcados con puntos del 0 al 3. Queremos colocar 6 piezas en fila de modo que (como es habitual en el juego del dominó) los lados de cualesquiera piezas adyacentes estén marcados con el mismo número de puntos. Para cada $i : 1 \leq i \leq 6$, y cada par (j,k) de números $0 \leq j \leq 3$, $0 \leq k \leq 3$ consideramos una variable proposicional $P_{i,(j,k)}$ para expresar que la i–ésima ficha de la fila es la que tiene j puntos en su lado izquierdo y k puntos en su lado derecho. Por ejemplo, $P_{1,(2,3)}$ expresa que la primera ficha de la fila es la que tiene 2 puntos en su lado izquierdo y 3 en el derecho.

Utilizando estas variables, proporciona un conjunto de fórmulas proposicionales, S, que describan las restricciones que deben cumplir las 6 piezas dispuestas en fila. Obtén utilizando dicho conjunto de fórmulas proposicionales una disposición de 6 piezas en fila.

Ejercicio 102.– (*El misterio del asesinato de la Mansión Dreadsbury*) Alguien en la Mansión Dreadsbury ha matado a la tía Agatha. Los únicos habitantes de la mansión son Ágatha, el mayordomo y Charles. Sabemos que un asesino siempre odia a su víctima y no es más rico que ella. Charles no odia a nadie a quien odie Ágatha y Ágatha odia a todo el mundo, salvo al mayordomo. Por su parte, el mayordomo odia a cualquiera que no sea más rico que Ágatha. Además el mayordomo odia a todo aquel al que odia Ágata, pero nadie odia a todo el mundo. ¿Quién mató a la tía Ágatha?

Ejercicio 103.– (*El problema de los números de Langford*) Tenemos dos conjuntos de 4 bolas cada uno, numeradas del 1 al 4. Se trata de colocar las 8 bolas formando una sucesión en la que las bolas con número 1 estén separadas por una bola, las que tienen número 2 por dos bolas, las que tiene número 3 por tres bolas, y las que tienen número 4 por cuatro bolas.

Ejercicio 104.– (*El cuadrante de las enfermeras*) Se trata de organizar la asignación de las jornadas de trabajo semanales de 5 enfermeras de modo que se satisfagan las siguientes restricciones:

- Cada enfermera debe tener un día de descanso cada cuatro días y no puede trabajar tres noches seguidas.
- Debe haber un mínimo de 2 enfermeras en el turno de noche y 2 en el turno de día.

Ejercicio 105.– (*Coloreado de mapas*) Se trata de asignar un color a cada uno de los siguientes países europeos de modo que no compartan color con ninguno de sus vecinos: