

Ejercicio 2.1. Prueba mediante deducción natural:

1. $p, p \rightarrow q \vdash q$
2. $p \rightarrow q, q \rightarrow r, p \vdash r$
3. $p \rightarrow (q \rightarrow r), p \rightarrow q, p \vdash r$
4. $p \rightarrow q, q \rightarrow r \vdash p \rightarrow r$
5. $p \rightarrow (q \rightarrow r) \vdash q \rightarrow (p \rightarrow r)$
6. $p \rightarrow (q \rightarrow r) \vdash (p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)$
7. $p \vdash q \rightarrow p$
8. $\vdash p \rightarrow (q \rightarrow p)$
9. $p \rightarrow q \vdash (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$
10. $p \rightarrow (q \rightarrow (r \rightarrow s)) \vdash r \rightarrow (q \rightarrow (p \rightarrow s))$
11. $\vdash (p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r))$
12. $(p \rightarrow q) \rightarrow r \vdash p \rightarrow (q \rightarrow r)$
13. $p, q \vdash p \wedge q$
14. $p \wedge q \vdash p$
15. $p \wedge q \vdash q$
16. $p \wedge (q \wedge r) \vdash (p \wedge q) \wedge r$
17. $(p \wedge q) \wedge r \vdash p \wedge (q \wedge r)$
18. $p \wedge q \vdash p \rightarrow q$
19. $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \vdash p \rightarrow (q \wedge r)$
20. $p \rightarrow (q \wedge r) \vdash (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$
21. $p \rightarrow (q \rightarrow r) \vdash (p \wedge q) \rightarrow r$
22. $(p \wedge q) \rightarrow r \vdash p \rightarrow (q \rightarrow r)$
23. $p \vdash p \vee q$
24. $q \vdash p \vee q$
25. $p \vee q \vdash q \vee p$
26. $q \rightarrow r \vdash (p \vee q) \rightarrow (p \vee r)$
27. $p \vee p \vdash p$

28. $p \vdash p \vee p$
29. $p \vee (q \vee r) \vdash (p \vee q) \vee r$
30. $(p \vee q) \vee r \vdash p \vee (q \vee r)$
31. $p \wedge (q \vee r) \vdash (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
32. $(p \wedge q) \vee (p \wedge r) \vdash p \wedge (q \vee r)$
33. $p \vee (q \wedge r) \vdash (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
34. $(p \vee q) \wedge (p \vee r) \vdash p \vee (q \wedge r)$
35. $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \vdash (p \vee q) \rightarrow r$
36. $(p \vee q) \rightarrow r \vdash (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)$
37. $p \vdash \neg\neg p$
38. $\neg p \vdash p \rightarrow q$
39. $p \rightarrow q \vdash \neg q \rightarrow \neg p$
40. $p \vee q, \neg q \vdash p$
41. $p \vee q, \neg p \vdash q$
42. $p \vee q \vdash \neg(\neg p \wedge \neg q)$
43. $p \wedge q \vdash \neg(\neg p \vee \neg q)$
44. $\neg(p \vee q) \vdash \neg p \wedge \neg q$
45. $\neg p \wedge \neg q \vdash \neg(p \vee q)$
46. $\neg p \vee \neg q \vdash \neg(p \wedge q)$
47. $\vdash \neg(p \wedge \neg p)$
48. $p \wedge \neg p \vdash q$
49. $\neg\neg p \vdash p$
50. $\vdash p \vee \neg p$
51. $\vdash ((p \rightarrow q) \rightarrow p) \rightarrow p$
52. $\neg q \rightarrow \neg p \vdash p \rightarrow q$
53. $\neg(\neg p \wedge q) \vdash p \vee q$
54. $\neg(\neg p \vee \neg q) \vdash p \wedge q$
55. $\neg(p \wedge q) \vdash \neg p \vee \neg q$
56. $\vdash (p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p)$