

- 1 $\{\neg P(a, x), P(b, f(x))\}$
- 2 $\{\neg P(f(x), x), P(z, b)\}$
- 3 $\{P(a, f(a))\}$
- 4 $\{P(f(b), b)\}$
- 5 $\{\neg P(x, a), \neg P(f(x), b)\}$

Al resolver 3 con 3 no se obtiene resolvente.

Al resolver 4 con 3 y 4 no se obtiene resolvente.

Al resolver 1 con 3, 4 y 1 se obtiene

6 $\{P(b, f(f(a)))\}$ (resolvente de 1 y 3).

Al resolver 6 con 3, 4, 1 y 6 no se obtiene resolvente.

Al resolver 2 con 3, 4, 1, 6 y 2 se obtiene

7 $\{P(z, b)\}$ (resolvente de 2 y 4) y

8 $\{\neg P(f(x), x), P(b, f(b))\}$ (resolvente de 2 y 1).

La cláusula 7 subsume a la 2 y a la 4.

Al resolver 7 con 3, 1, 6 y 7 se obtiene

9 $\{P(b, f(b))\}$ (resolvente de 7 y 1)

La cláusula 9 subsume a la 8

Al resolver 9 con 3, 1, 6, 7 y 9 no se obtiene resolventes.

Al resolver 5 con 3, 1, 6, 7, 9 y 5 se obtiene

10 $\{\neg P(x, a)\}$ (resolvente de 5 y 7) La cláusula 10 subsume a la 5

Por tanto, el saturado es

- 1 $\{\neg P(a, x), P(b, f(x))\}$
- 3 $\{P(a, f(a))\}$
- 6 $\{P(b, f(f(a)))\}$
- 7 $\{P(z, b)\}$
- 9 $\{P(b, f(b))\}$
- 10 $\{\neg P(x, a)\}$

El universo de Herbrand es $UH = \{a, f(a), f(f(a)), \dots, b, f(b), f(f(b)), \dots\}$ y un modelo de Herbrand es $I = \{P(a, f(a)), P(b, f(f(a))), P(b, f(b)), P(z, b) : z \in UH\}$

Ejercicio 3 [2 puntos] Formalizar las siguientes sentencias utilizando los símbolos indicados:

1. Todo aquel que entre en el país y no sea un VIP será cacheado por un aduanero.
(Símbolos: $E(x)$: “x entra en el país”, $V(x)$: “x es un VIP”, $C(x, y)$: “x cachea a y” y $A(x)$: “x es aduanero”).
2. A algunas personas motorizadas que entran en un país, le impiden el paso únicamente personas motorizadas.
(Símbolos: $E(x)$: “x entra en un país”, $I(x, y)$: “x impide el paso a y” y $M(x)$: “x está motorizada”).
3. Los aficionados al fútbol aplauden a cualquier futbolista extranjero.
(Símbolos: $A(x)$: “x es aficionado al fútbol”, $E(x)$: “x es un futbolista extranjero” y $A(x, y)$: “x aplaude a y”).

4. Todo deprimido que estima a un submarinista es listo.

(Símbolos: $D(x)$: “ x está deprimido”, $E(x,y)$: “ x estima a y ”, $L(x)$: “ x es listo” y $S(x)$: “ x es submarinista”).

Solución:

1. Todo aquel que entre en el país y no sea un VIP será cacheado por un aduanero

$$\forall x(E(x) \wedge \neg V(x) \rightarrow (\exists y(A(y) \wedge C(y,x))))$$

2. A algunas personas motorizadas que entran en un país, le impiden el paso únicamente personas motorizadas

$$\exists x(M(x) \wedge E(x) \wedge (\forall y(I(y,x) \rightarrow M(y))))$$

3. Los aficionados al fútbol aplauden a cualquier futbolista extranjero

$$\forall x(A(x) \rightarrow (\forall y(E(y) \rightarrow A(x,y))))$$

4. Todo deprimido que estima a un submarinista es listo

$$\forall x(D(x) \wedge (\exists y(S(y) \wedge E(x,y))) \rightarrow L(x))$$

Ejercicio 4 [2 puntos] Demostrar o refutar las siguientes sentencias:

1. Existen cláusulas C_1 , C_2 y D tales que D es una resolvente de C_1 y C_2 , $D \subset C_1$ y $D \neq C_1$.
2. Existen cláusulas C_1 , C_2 y D tales que D es una resolvente de C_1 y C_2 y $D = C_1$.
3. Existen cláusulas C_1 , C_2 y D tales que D es una resolvente de C_1 y C_2 , $C_1 \subset D$ y C_2 no es una tautología.

Solución:

Apartado 1: Es cierto. Por ejemplo, $C_1 = \{p, q\}$, $C_2 = \{\neg p\}$ y $D = \{q\}$.

Apartado 2: Es cierto. Por ejemplo, $C_1 = \{p, \neg p\}$, $C_2 = \{p, \neg p\}$ y $D = \{p, \neg p\}$

Apartado 3: Es falso, ya que al ser D una resolvente de C_1 y C_2 , existe un literal L tal que $L \in C_1$, $L^c \in C_2$ y

$$D = (C_1 \setminus \{L\}) \cup (C_2 \setminus \{L^c\}).$$

Puesto que $C_1 \subset D$, se tiene que $L \in C_2$. Por tanto, C_2 es una tautología.

Ejercicio 5 [2 puntos] Este ejercicio es sobre deducción natural. Cada alumno puede elegir entre usar Jape o no usarlo en su solución. Se realizará en el aula de ordenadores.