

Ejercicio 8.1 [T] Decidir si las siguientes fórmulas están en forma rectificada.

1. $\forall x P(x) \rightarrow \forall y Q(z, y)$.
2. $\forall x P(x) \rightarrow \forall y Q(x, y)$.
3. $\forall x P(x) \rightarrow \forall x Q(z, x)$.

Ejercicio 8.2 [T] Calcular una fórmula equivalente en forma rectificada para cada una de las siguientes fórmulas:

1. $\forall x P(x) \rightarrow \forall x Q(z, x)$.
2. $\forall x P(x) \rightarrow \forall y Q(x, y)$.

Ejercicio 8.3 [T] Determinar cuáles de las siguientes fórmulas están en forma normal prenexa:

1. $\neg \exists x [P(x) \rightarrow \forall x P(x)]$
2. $\forall x \exists y [P(x) \wedge \neg P(y)]$
3. $\forall x P(x) \vee \exists y Q(y)$
4. $\forall x \exists y [P(x) \vee Q(y)]$
5. $\exists y \forall x [P(x) \vee Q(y)]$
6. $\neg(\forall x [P(x) \rightarrow Q(x)] \wedge \forall x [Q(x) \rightarrow R(x)] \rightarrow \forall x [P(x) \rightarrow R(x)])$
7. $\exists z \forall x \forall y [((\neg P(x) \vee Q(x)) \wedge (\neg Q(y) \vee R(y))) \wedge P(z)]$

Ejercicio 8.4 [T] Calcular una forma normal prenexa de cada una de las siguientes fórmulas:

1. $\neg \exists x [P(x) \rightarrow \forall x P(x)]$.
2. $\forall x P(x) \vee \exists y Q(y)$.
3. $\forall x P(x) \vee \exists y Q(y)$.
4. $\neg(\forall x [P(x) \rightarrow Q(x)] \wedge \forall x [Q(x) \rightarrow R(x)] \rightarrow \forall x [P(x) \rightarrow R(x)])$.

Ejercicio 8.5 [T] Calcular una forma normal prenexa conjuntiva de la fórmula

$$\forall x \exists y [P(x) \vee (Q(y) \wedge \neg R(y))].$$

Ejercicio 8.6 [T] Decidir si los siguientes pares de fórmulas son equisatisfacibles y equivalentes:

1. $\exists x Q(x)$ y $Q(a)$.
2. $\forall x \exists y P(x, y)$ y $\forall x P(x, f(x))$.

Ejercicio 8.7 [T] Calcular una forma de Skolem de cada una de las siguientes fórmulas:

1. $\exists x \forall y \forall z \exists u \forall v \exists w P(x, y, z, u, v, w)$.
2. $\forall x \exists y \forall z \exists w [\neg P(a, w) \vee Q(f(x), y)]$.
3. $\neg \exists x [P(x) \rightarrow \forall x P(x)]$.
4. $\forall x P(x) \vee \exists y Q(y)$.
5. $\forall x P(x) \vee \exists y Q(y)$.
6. $\neg(\forall x [P(x) \rightarrow Q(x)] \wedge \forall x [Q(x) \rightarrow R(x)] \rightarrow \forall x [P(x) \rightarrow R(x)])$.

Ejercicio 8.8 [T] Calcular una forma clausal de cada una de las siguientes fórmulas:

1. $\neg \exists x [P(x) \rightarrow \forall x P(x)]$.
2. $\forall x P(x) \vee \exists y Q(y)$.
3. $\forall x P(x) \vee \exists y Q(y)$.
4. $\neg(\forall x [P(x) \rightarrow Q(x)])$.
5. $\neg(\forall x [P(x) \rightarrow Q(x)] \wedge \exists x P(x) \rightarrow \exists x Q(x))$.

Ejercicio 8.9 [T] Calcular una forma clausal del conjunto de fórmulas

$$\{\forall x [P(x) \rightarrow Q(x)], \exists x P(x), \neg \exists x Q(x)\}.$$

Ejercicio 8.10 [T] Reducir cada uno de los siguientes problemas a un problema de inconsistencia de conjuntos de cláusulas.

1. $\{\forall x [P(x) \rightarrow Q(x)], \exists x P(x)\} \models \exists x Q(x)$
2. $\{\forall x [P(x) \rightarrow Q(x)], \forall x [Q(x) \rightarrow R(x)]\} \models \forall x [P(x) \rightarrow R(x)]$