Ejercicio 9.1 **[T]** Decidir si el conjunto $\{P(a) \lor P(b), \neg P(b) \lor P(c), P(a) \to P(c), \neg P(c)\}$ es consistente y, en el caso de que lo sea, calcular todos sus modelos.

Ejercicio 9.2 **[T]** Calcular el universo de Herbrand de los lenguajes cuyos conjuntos de constantes, $\mathscr{C}$, y símbolos de funciones, $\mathscr{F}$ son:

1. $\mathscr{C} = \{a,b,c\}$ y $\mathscr{F} = \emptyset$.
2. $\mathscr{C} = \emptyset$ y $\mathscr{F} = \{f/1\}$.
3. $\mathscr{C} = \{a,b\}$ y $\mathscr{F} = \{f/1, g/1\}$.
4. $\mathscr{C} = \{a,b\}$ y $\mathscr{F} = \{f/2\}$.

Ejercicio 9.3 **[T]** Calcular la base de Herbrand de los lenguajes cuyos conjuntos de constantes, $\mathscr{C}$, símbolos de funciones, $\mathscr{F}$ y símbolos de relaciones, $\mathscr{R}$, son:

1. $\mathscr{C} = \{a,b,c\}$, $\mathscr{F} = \emptyset$ y $\mathscr{R} = \{P/1\}$.
2. Si $\mathscr{C} = \{a\}$, $\mathscr{F} = \{f/1\}$ y $\mathscr{R} = \{P/1, Q/1, R/1\}$.

Ejercicio 9.4 **[T]** Sea $S = \{P(a) \lor P(b), \neg P(b) \lor P(c), P(a) \to P(c), \neg P(c)\}$. Calcular:

1. el universo de Herbrand de S,
2. la base de Herbrand de S y
3. los modelos de Herbrand de S.

Ejercicio 9.5 **[T]** Sea $S = \{\forall x\, \forall y\, [Q(b,x) \to P(a) \lor R(y)], P(b) \to \neg \exists z\, \exists u\, Q(z,u)\}$. Calcular:

1. el universo de Herbrand de S,
2. la base de Herbrand de S y
3. un modelo de Herbrand de S.

Ejercicio 9.6 **[T]** Sea S el conjunto de cláusulas $\{\{\neg Q(b,x), P(a), R(y)\}, \{\neg P(b), \neg Q(z,u)\}\}$ e $\mathscr{I} = (U, I)$ la estructura con universo $U = \{1,2\}$ e interpretación I definida por $a^I = 1$, $b^I = 2$, $P^I = \{1\}$, $Q^I = \{(1,1),(2,2)\}$ y $R^I = \{2\}$.

1. Comprobar que $\mathscr{I} \models S$.
2. Calcular la interpretación de Herbrand $\mathscr{I}^*$ correspondiente a $\mathscr{I}$.
3. Comprobar que $\mathscr{I}^* \models S$.

Ejercicio 9.7 **[T]** Sea S el conjunto de cláusulas $\{\{P(a)\}, \{Q(y, f(a))\}\}$ e $\mathscr{I} = (U, I)$ la estructura con universo $U = \{1,2\}$ e interpretación I definida por $a^I = 1$, $f^I = \{(1,2),(2,1)\}$, $P^I = \{1\}$ y $Q^I = \{(1,2),(2,2)\}$.

1. Comprobar que $\mathscr{I} \models S$.
2. Calcular la interpretación de Herbrand $\mathscr{I}^*$ correspondiente a $\mathscr{I}$.
3. Comprobar que $\mathscr{I}^* \models S$.

Ejercicio 9.8 **[T]** Sea $S = \{\exists x\, P(x), \neg P(a)\}$.

1. Comprobar que S es consistente.
2. Comprobar que S no tiene modelo de Herbrand.
3. Calcular un conjunto de cláusulas S' equisatisfacible con S (es decir, una forma clausal de S).

4. Calcular un modelo de Herbrand de S'.

Ejercicio 9.9 **[T]** Sea C la cláusula $\{P(x,a), \neg P(x, f(y))\}$ y σ la sustitución $[x/a, y/f(a)]$. Calcular la instancia $C\sigma$ de C.

Ejercicio 9.10 Sea C la cláusula $\{P(x,a), \neg P(x, f(y))\}$. Decidir si las siguientes cláusulas son instancias básicas de C:

1. $\{P(f(a),a), \neg P(f(a), f(f(a)))\}$.
2. $\{P(f(a),a), \neg P(f(f(a)), f(a))\}$.
3. $\{P(x,a), \neg P(f(f(a)), f(a))\}$.

Ejercicio 9.11 **[T]** Calcular la extensión de Herbrand de cada uno de los siguientes conjuntos de cláusulas:

1. $S_1 = \{\{P(x)\}, \{\neg P(f(x))\}\}$.
2. $S_2 = \{\{\neg P(x), Q(x)\}, \{P(a)\}, \{\neg Q(z)\}\}$.
3. $S_3 = \{\{\neg P(x), Q(x)\}, \{\neg Q(y), R(y)\}, \{P(a)\}, \{\neg R(a)\}\}$.

Ejercicio 9.12 **[T]** Mediante el procedimiento de semidecisión basado en el teorema de Herbrand, decidir la inconsistencia de los siguientes conjuntos de cláusulas:

1. $S_1 = \{\{\neg P(x), Q(x)\}, \{P(a)\}, \{\neg Q(z)\}\}$.
2. $S_2 = \{\{\neg P(x), Q(x)\}, \{\neg Q(y), R(y)\}, \{P(a)\}, \{\neg R(a)\}\}$.
3. $S_3 = \{\{P(x)\}, \{\neg P(f(x))\}\}$.

Ejercicio 9.13 **[T]** Sea S el conjunto de cláusulas $\{\{\neg P(x), Q(f(x), x)\}, \{P(g(b))\}, \{\neg Q(y,z)\}\}$. Calcular un subconjunto finito de la extensión de Herbrand de S que sea inconsistente.