

**Ejercicio 1** [2.5 puntos] Decidir, mediante tableros semánticos, si la fórmula

$$p \rightarrow q \vee s$$

es consecuencia lógica del conjunto de fórmulas

$$\{q \rightarrow s, \neg(\neg p \wedge q)\}$$

En el caso de que no lo sea, dar un contramodelo.

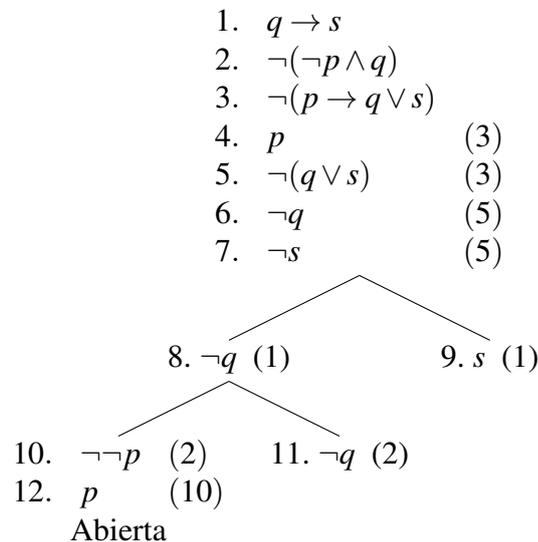
**Solución:**

La fórmula es consecuencia syss el conjunto

$$\{q \rightarrow s, \neg(\neg p \wedge q), \neg(p \rightarrow q \vee s)\}$$

tiene un tablero completo cerrado.

Como el tablero



tiene una rama abierta, la fórmula no es consecuencia. Además, un contramodelo es la interpretación  $I$  tal que  $I(p) = 1, I(q) = I(s) = 0$ .

**Ejercicio 2** [2.5 puntos] Decidir, mediante resolución, si el siguiente conjunto es consistente

$$\{p \vee q \rightarrow r \vee s, \neg(p \wedge \neg r \wedge s), \neg(p \rightarrow r \wedge s)\}$$

En el caso de que lo sea, dar un modelo.

**Solución:**

En primer lugar se calcula su forma clausal. La de la primera fórmula es

$$\begin{aligned} & p \vee q \rightarrow r \vee s \\ \equiv & \neg(p \vee q) \vee (r \vee s) \\ \equiv & (\neg p \wedge \neg q) \vee (r \vee s) \\ \equiv & (\neg p \vee r \vee s) \wedge (\neg q \vee r \vee s) \\ \equiv & \{\{\neg p, r, s\}, \{\neg q, r, s\}\} \end{aligned}$$

La de la segunda fórmula es

$$\begin{aligned} & \neg(p \wedge \neg r \wedge s) \\ \equiv & \neg p \vee \neg(\neg r \wedge s) \\ \equiv & \neg p \vee (\neg\neg r \vee \neg s) \\ \equiv & \neg p \vee (r \vee \neg s) \\ \equiv & \{\{\neg p, r, \neg s\}\} \end{aligned}$$

La de la tercera fórmula es

$$\begin{aligned} & \neg(p \rightarrow r \wedge s) \\ \equiv & p \wedge \neg(r \wedge s) \\ \equiv & p \wedge (\neg r \vee \neg s) \\ \equiv & \{\{p\}, \{\neg r, \neg s\}\} \end{aligned}$$

La resolución es

1.  $\{\neg p, r, s\}$
2.  $\{\neg q, r, s\}$
3.  $\{\neg p, r, \neg s\}$
4.  $\{p\}$
5.  $\{\neg r, \neg s\}$
6.  $\{r, s\}$       de 1 y 4
7.  $\{r, \neg s\}$       de 3 y 4
8.  $\{\neg s\}$       de 5 y 7
9.  $\{r\}$       de 6 y 8

Durante la resolución las siguientes cláusulas están subsumidas: la 1 (por la 6), la 3 (por la 7), la 5 (por la 8), la 7 (por la 8), la 2 (por la 9) y la 6 (por la 9).

Como no se llega a la cláusula vacía, el conjunto es consistente y un modelo es  $I$  tal que  $I(p) = I(r) = 1, I(s) = 0$ .

**Ejercicio 3** [2.5 puntos] *Demostrar, mediante deducción natural, que la siguiente fórmula es una tautología*

$$(q \rightarrow r) \rightarrow ((p \vee q) \rightarrow (p \vee r))$$

**Solución:**

1	$q \rightarrow r$	supuesto
2	$p \vee q$	supuesto
3	$p$	supuesto
4	$p \vee r$	$\forall i$ 2
5	$q$	supuesto
6	$r$	$\rightarrow e$ 1,5
7	$p \vee r$	$\forall i$ 6
8	$p \vee r$	$\forall e$ 2,3 – 4,5 – 7
9	$(p \vee q) \rightarrow (p \vee r)$	$\rightarrow i$ 2 – 8
10	$(q \rightarrow r) \rightarrow ((p \vee q) \rightarrow (p \vee r))$	$\rightarrow i$ 1 – 9

---

**Ejercicio 4** [2.5 puntos] *Decidir razonadamente si las siguientes afirmaciones son correctas:*

1. Si  $S \models F$ , entonces  $S \cup \{F\}$  es consistente.
2. Si  $S \models F$ , entonces  $S \cup \{F\}$  es inconsistente.

---

**Solución:**

**Apartado 1:** Es falso, ya que si  $S = \emptyset$  y  $F$  es  $p \wedge \neg p$ , entonces  $S \models F$  pero  $(S \cup \{F\})$  es inconsistente.

**Apartado 2:** Es falso, ya que si  $S = \emptyset$  y  $F$  es  $p \vee \neg p$ , entonces  $S \models F$  pero  $(S \cup \{F\})$  es gconsistente.