

# Soluciones del examen de *Lógica informática* del 22 de noviembre de 2013

José A. Alonso Jiménez

---

Grupo de Lógica Computacional  
Dpto. de Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial  
Universidad de Sevilla  
Sevilla, 22 de noviembre de 2013

**Ejercicio 1** [2.5 puntos] *Decidir, mediante resolución, si la fórmula*

$$\neg q \wedge r$$

*es consecuencia lógica del conjunto de fórmulas*

$$\{\neg(p \rightarrow q), p \rightarrow r\}.$$

*En el caso de que no lo sea, dar un contramodelo.*

**Solución:**

En primer lugar se calcula la forma clausal del conjunto de hipótesis. La de la primera hipótesis es

$$\begin{aligned} & \neg(p \rightarrow q) \\ \equiv & p \wedge \neg q \\ \equiv & \{\{p\}, \{\neg q\}\} \end{aligned}$$

La de la segunda hipótesis es

$$\begin{aligned} & p \rightarrow r \\ \equiv & \neg p \vee r \\ \equiv & \{\{\neg p, r\}\} \end{aligned}$$

La de la negación de la conclusión es

$$\begin{aligned} & \neg(\neg q \wedge r) \\ \equiv & \neg\neg q \vee \neg r \\ \equiv & q \vee \neg r \\ \equiv & \{\{q, \neg r\}\} \end{aligned}$$

En segundo lugar, se realiza la resolución

1.  $\{p\}$
2.  $\{\neg q\}$
3.  $\{\neg p, r\}$
4.  $\{q, \neg r\}$
5.  $\{r\}$       de 1 y 3
6.  $\{r\}$       de 2 y 4
7.  $\square$       de 5 y 7

Por tanto, la fórmula es consecuencia del conjunto.

**Ejercicio 2** [2.5 puntos] *Decidir, mediante tableros semánticos, si el siguiente conjunto es consistente*

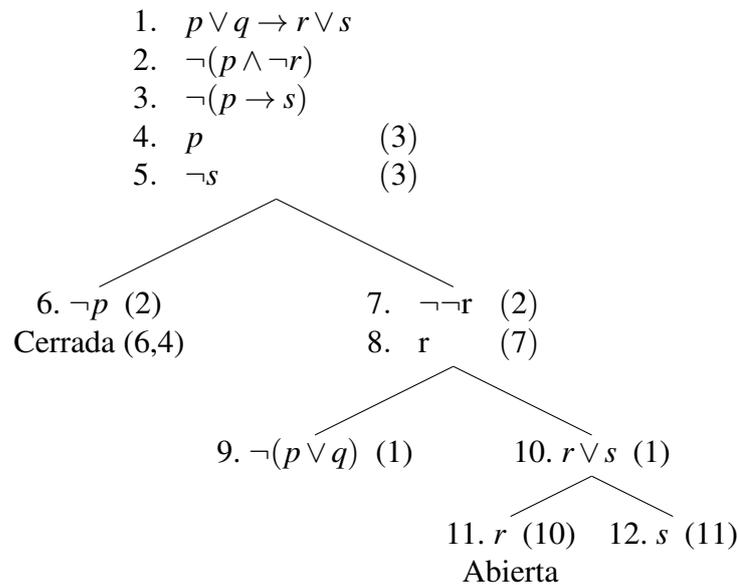
$$\{p \vee q \rightarrow r \vee s, \neg(p \wedge \neg r), \neg(p \rightarrow s)\}$$

*En el caso de que lo sea, dar un modelo.*

**Solución:**

El conjunto es consistente syss tiene un tablero completo abierto.

Como el tablero



tiene una rama abierta, el conjunto es consistente. Además, un modelo es la interpretación  $I$  tal que  $I(p) = 1$ ,  $I(r) = 1$  e  $I(s) = 0$ .

**Ejercicio 3** [2.5 puntos] *Demostrar, mediante deducción natural,*

$$(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \models p \vee q \rightarrow r$$

**Solución:**

1	$(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)$	Premisa
2	$p \vee q$	Supuesto
3	$p$	Supuesto
4	$p \rightarrow r$	$\wedge e$ 1
5	$r$	$\rightarrow e$ 4, 3
6	$q$	Supuesto
7	$q \rightarrow r$	$\wedge e$ 1
8	$r$	$\rightarrow e$ 7, 6
9	$r$	$\vee e$ 2, 3 – 5, 6 – 8
10	$p \vee q \rightarrow r$	$\rightarrow i$ 2 – 9

**Ejercicio 4** [2.5 puntos] *Formalizar las siguientes sentencias:*

1. *Algún portero jugó con botas blancas y sólo le marcaron goles jugadores con botas blancas.*

2. Carlos afeita a todos los habitantes de Las Chinas que no se afeitan a sí mismo y sólo a ellos.
3. Todos tienen exactamente un padre.

En las formalizaciones usar los siguientes símbolos:  $A(x,y)$  para  $x$  afeita a  $y$ ,  $B(x)$  para  $x$  juega con botas blancas,  $c$  para Carlos,  $C(x)$  para  $x$  es un habitante de Las Chinas,  $M(x,y)$  para  $x$  marcó un gol a  $y$ ,  $P(x)$  para  $x$  es portero y  $P(x,y)$  para  $x$  es padre de  $y$ .

---

**Solución:**

Las formalizaciones son

1. Algún portero jugó con botas blancas y sólo le marcaron goles jugadores con botas blancas.  

$$\exists x(P(x) \wedge B(x) \wedge \forall y(M(y,x) \rightarrow B(y)))$$
2. Carlos afeita a todos los habitantes de Las Chinas que no se afeitan a sí mismo y sólo a ellos.  

$$\forall x(A(c,x) \leftrightarrow C(x) \wedge \neg A(x,x))$$
3. Todos tienen exactamente un padre.  

$$\forall x\exists y(\forall z(P(z,x) \leftrightarrow y = z))$$