

# Tema 5: Conceptualización relacional

José A. Alonso Jiménez  
Miguel A. Gutiérrez Naranjo

Dpto. de Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial

UNIVERSIDAD DE SEVILLA

# Introducción

- Limitación expresiva de la lógica proposicional
  - Ejemplo 1:  
*Si Sevilla es vecina de Cádiz,  
entonces Cádiz es vecina de Sevilla.  
Sevilla es vecina de Cádiz.  
Por tanto, Cádiz es vecina de Sevilla*
  - Representación en lógica proposicional:  
$$\frac{SvC \rightarrow CvS \quad SvC}{CvS}$$
  - Ejemplo 2:  
*Si una ciudad es vecina de otra,  
entonces la segunda es vecina de la primera.  
Sevilla es vecina de Cádiz.  
Por tanto, Cádiz es vecina de Sevilla*
  - Representación en lógica proposicional: Imposible
  - Representación en lógica relacional:  
$$\frac{vecina(x, y) \rightarrow vecina(y, x) \quad vecina(Sevilla, Cadiz)}{vecina(Cadiz, Sevilla)}$$

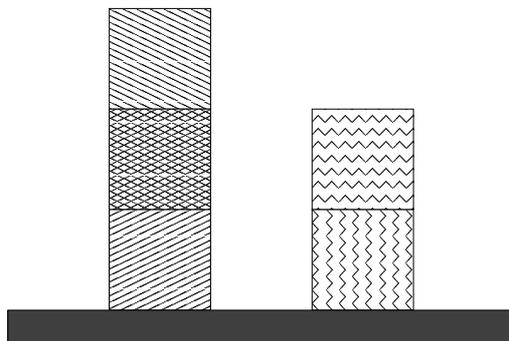
# Conceptualización en lógica relacional

- Elementos de la lógica proposicional:
  - Elementos básicos: Símbolos proposicionales
  - Las fórmulas simples representan proposiciones
  - Las fórmulas compuestas representan relaciones entre proposiciones
- Elementos de la lógica relacional:
  - Elementos básicos: objetos y relaciones
  - Las constantes y variables representan objetos
  - Los símbolos de relación representan relaciones
  - Las fórmulas simples representan relaciones entre objetos
  - Las fórmulas compuestas representan relaciones entre relaciones

# Universo del discurso

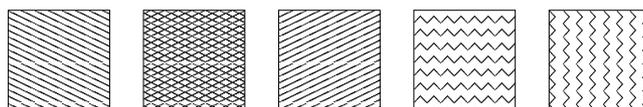
- **Idea de objeto:**
  - Un objeto es cualquiera ente sobre el que se puede decir algo
- **Ejemplos de objetos:**
  - **Concretos:** el sol, la FIE
  - **Abstractos:** la libertad, el número 2
  
  - **Simples:** un átomo
  - **Compuestos:** una bicicleta
  
  - **Reales:** un caballo
  - **Imaginario:** un unicornio
- **El Universo del conjunto**
  - Necesidad de limitar los objetos representados en cada problema
  - El Universo del discurso es el conjunto de objetos sobre los que se habla

# Mundo de los bloques: Objetos

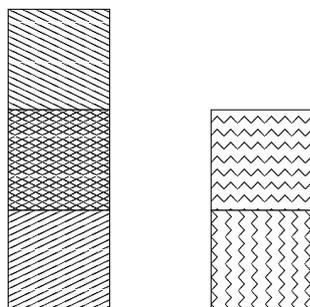


- Universos del discurso:

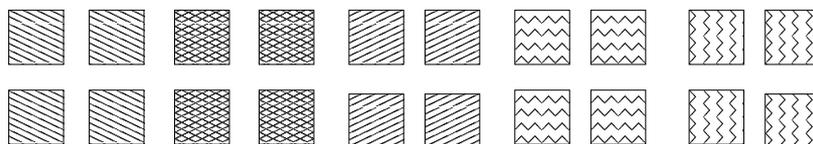
- Bloques:



- Pilas:



- Fragmentos:



- Constantes:  $a, b, c, d, e$

# Mundo de los bloques: Relaciones

- Ejemplos de relaciones:
  - $sobre(x, y)$  se verifica si el bloque  $x$  está colocado sobre el bloque  $y$
  - $bajo(x, y)$  se verifica si el bloque  $y$  está colocado sobre el bloque  $x$
  - $encima(x, y)$  se verifica si el bloque  $x$  está encima del bloque  $y$  pudiendo haber otros bloques entre ellos
  - $libre(x)$  se verifica si el bloque  $x$  no tiene bloques encima
  - $mesa(x)$  se verifica si el bloque  $x$  está sobre la mesa
  - $pila(x, y, z)$  se verifica si el bloque  $x$  está sobre el  $y$ , el  $y$  sobre el  $z$  y el  $z$  sobre la mesa
- Tipos de relaciones
  - Por aridad: unarias ( $libre$ ), binarias ( $sobre$ ), ...
  - Por definibilidad: primitivas ( $sobre$ ), definidas ( $bajo$ )

# Mundo de los bloques: Relaciones

- Representación de relaciones mediante tablas y conjuntos

<i>sobre</i> ( $x, y$ )	$a$   $b$	$\{(a, b), (b, c), (d, e)\}$
	$b$   $c$	
	$d$   $e$	

<i>bajo</i> ( $x, y$ )	$b$   $a$	$\{(b, a), (c, b), (e, d)\}$
	$c$   $b$	
	$e$   $d$	

- *encima*( $x, y$ )

<i>encima</i> ( $x, y$ )	$a$   $b$	$\{(a, b), (a, c), (b, c), (d, e)\}$
	$a$   $c$	
	$b$   $c$	
	$d$   $e$	

<i>libre</i> ( $x$ )	$a$	$\{a, d\}$
	$d$	

<i>mesa</i> ( $x$ )	$c$	$\{c, e\}$
	$e$	

<i>pila</i> ( $x, y, z$ )	$a$   $b$   $c$	$\{(a, b, c)\}$
---------------------------	-----------------	-----------------

# Mundo de los bloques: Relaciones

- Número de relaciones binarias en el mundo de los bloques:
  - Número de objetos: 5
  - Número de pares:  $5^2 = 25$
  - Número de relaciones binarias:  $2^{25} = 33.554.432$
- Número de relaciones  $k$ -arias en un mundo con  $n$  objetos
  - Número de  $k$ -uplas:  $n^k$
  - Número de relaciones  $k$ -arias:  $2^{n^k}$

# Mundo de los bloques: Funciones

- Funciones como relaciones particulares
- Ejemplo
  - $y = cima(x)$  si  $y$  es el bloque que está en la cima de la pila donde se encuentra el bloque  $x$ :  
 $\{(a, a), (b, a), (c, a), (d, d), (e, d)\}$
  - Funciones binarias:  $+$ ,  $*$
  - Funciones ternarias:  $media(x, y, z)$ ,  $maximo(x, y, z)$
- Las funciones  $n$ -arias como relaciones  $(n + 1)$ -arias
- Número de funciones  $k$ -arias en un mundo con  $n$  objetos
  - Número de  $k$ -uplas:  $n^k$
  - Número de funciones  $k$ -arias:  $n^{n^k} = 2^{n^k \log n}$
  - Número de relaciones  $(k + 1)$ -arias:  $2^{n^{(k+1)}} = 2^{n^k n}$

# Conceptualizaciones

- Conceptualizaciones:
  - $(\{a, b, c, d, e\}, \emptyset, \{sobre, encima, libre, mesa\})$
  - $(\{a, b, c, d, e\}, \{cima\}, \{sobre, encima, libre, mesa\})$
- Colores
  - $rojo(x)$  se verifica si el bloque  $x$  es rojo:  $\{a, e\}$
  - $verde(x)$  se verifica si el bloque  $x$  es verde:  $\{b, c, d\}$
  - Conceptualizaciones:
    - $(\{a, b, c, d, e\}, \emptyset, \{sobre, libre, mesa, rojo, verde\})$
    - $(\{a, b, c, d, e\}, \emptyset, \{sobre, rojo, verde\})$
- Reificación
  - Objetos:  $a, b, c, d, e, rojo, verde$
  - $color(x, y)$  se verifica si el color del bloque  $x$  es  $y$ :  
 $\{(a, rojo), (b, verde), (c, verde), (d, verde), (e, rojo)\}$
  - Conceptualización:  
 $(\{a, b, c, d, e, rojo, verde\}, \emptyset, \{sobre, color\})$

# Conceptualizaciones

- Propiedades de las relaciones reificadas:
  - $relajante(x)$  se verifica si el color  $x$  es relajante:  
 $\{verde\}$
  - $estimulante(x)$  se verifica si el color  $x$  es estimulante:  
 $\{rojo\}$
  - Conceptualización:  
 $(\{a, b, c, d, e, rojo, verde\}, \emptyset, \{sobre, color, relajante, estimulante\})$

- Conceptualización universal:

- $propiedad(r, x, y)$  se verifica si los objetos  $x$  e  $y$  verifican la relación  $r$ :

<i>sobre</i>	<i>a</i>	<i>b</i>
<i>sobre</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>sobre</i>	<i>d</i>	<i>e</i>
<i>color</i>	<i>a</i>	<i>rojo</i>
<i>color</i>	<i>b</i>	<i>verde</i>
<i>color</i>	<i>c</i>	<i>verde</i>
<i>color</i>	<i>d</i>	<i>verde</i>
<i>color</i>	<i>e</i>	<i>rojo</i>

- Conceptualización:  
 $(\{a, b, c, d, e, rojo, verde, sobre, color\}, \emptyset, \{propiedad\})$

## Bibliografía

- Genesereth, M.R. *Computational Logic* (27 March 2000)
  - Cap. 6 “Relational logic”
- Genesereth, M.R. y Nilsson, N.J. *Logical Foundations of Artificial Intelligence* (Morgan Kaufmann, 1987)
  - Cap. 2 “Declarative knowledge”
- Nilsson, N.J. *Inteligencia artificial (Una nueva síntesis)* (McGraw–Hill, 2000)
  - Cap. 15 “El cálculo de predicados”
- Russell, S. y Norvig, P. *Inteligencia artificial (un enfoque moderno)* (Prentice Hall Hispanoamericana, 1996)
  - Cap. 7 “Lógica de primer orden”